Profesor:
Jonathan Cumpa Velásquez

TRIGONOMETRÍA

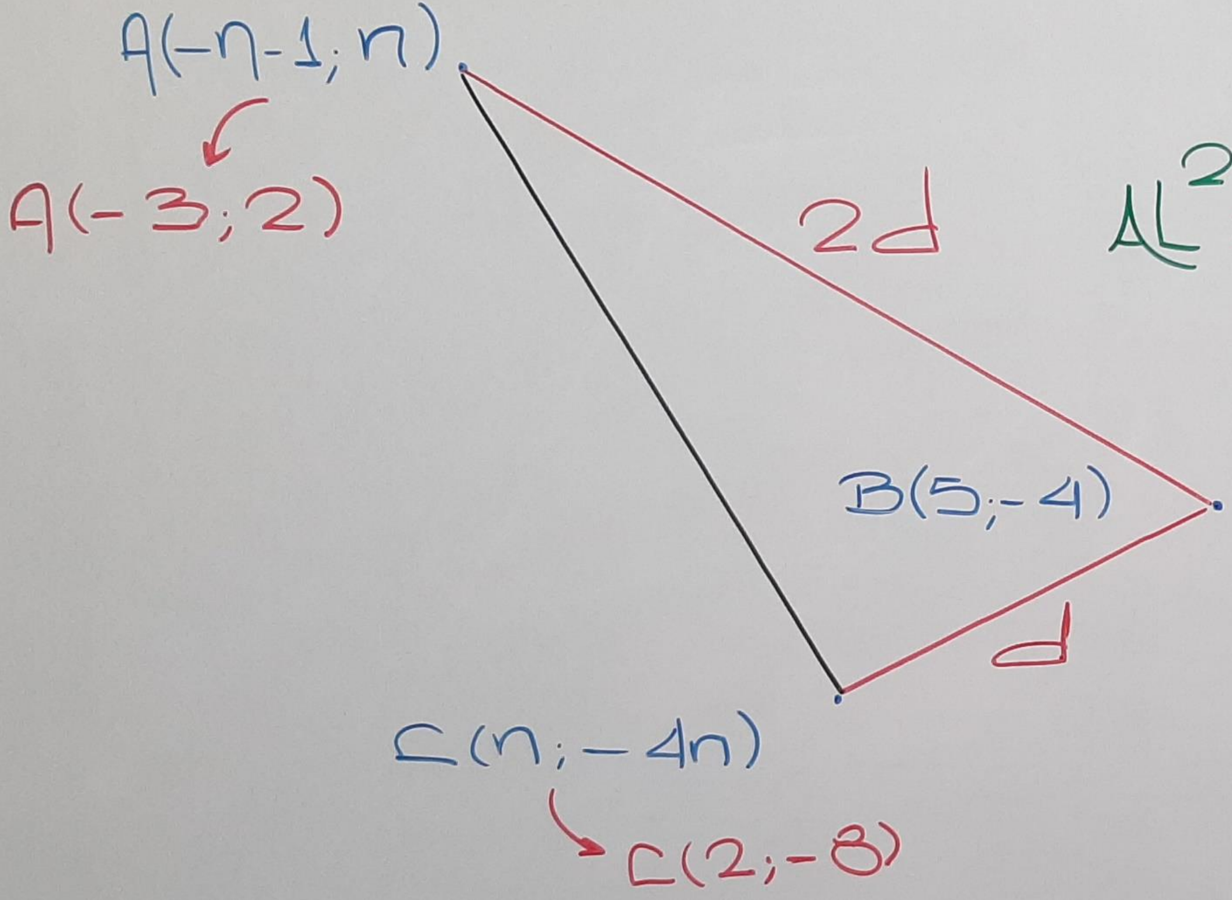
GRUPO PITÁGORAS

Problema 1:

Las coordenadas de tres puntos A, B y C; son respectivamente $A(-n-1; n)$,$B(5; -4)$ y $C(n; -4n)$. Si la distancia de A a B es el doble de la distancia de B a C, calcular la distancia de A a C $(n \in \mathbb{Z})$

A) $5\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $7\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{3}$

1.



$AB = 2 \cdot BC$

$\sqrt{(-n-6)^2+(n+4)^2} = 2 \cdot \sqrt{(5-n)^2+(-4+4n)^2}$

AL^2: $(n+6)^2+(n+4)^2 = 4[(5-n)^2+(-4+4n)^2]$

$\cancel{2}n^2+\cancel{20}n+\cancel{52} = \overset{2}{\cancel{4}}(17n^2-42n+41)$

$33n^2-94n+56=0$

$33n \quad -28$

$n \quad -2$

$\rightarrow n = 2$

$AC = \sqrt{(-5)^2+10^2}$

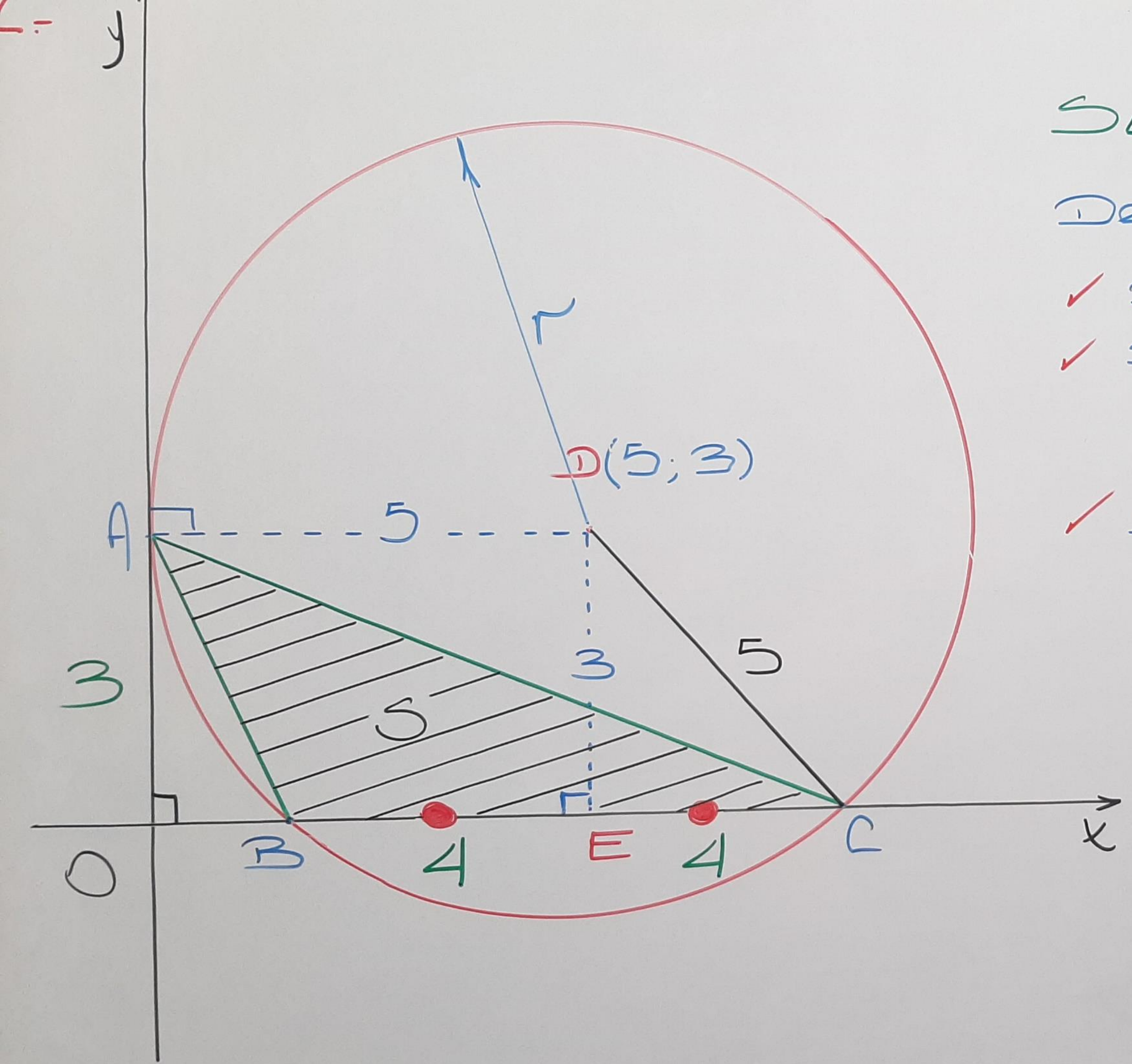
$\therefore AC = 5\sqrt{5}$

CLAVE A

Problema 2:

Con centro en el punto (5;3) se dibuja una circunferencia que es tangente al eje de ordenadas en el punto A e intersecta al eje de abscisas en los puntos B y C. Calcular el área de la región triangular ABC.

A) 8 u^2
B) 12 u^2
C) 14 u^2
D) 16 u^2
E) 20 u^2



$S_{\Delta ABC} = ?$

Del gráfico:

✓ $DA = 5 = r$

✓ Se traza $\overline{DE} \perp \overline{BC}$

$\Rightarrow$ E es punto medio de $\overline{BC}$

✓ Se traza $DC = 5 \rightarrow EC = 4$

$$S = \frac{8 \times 3}{2}$$

$\therefore S = 12u^2$

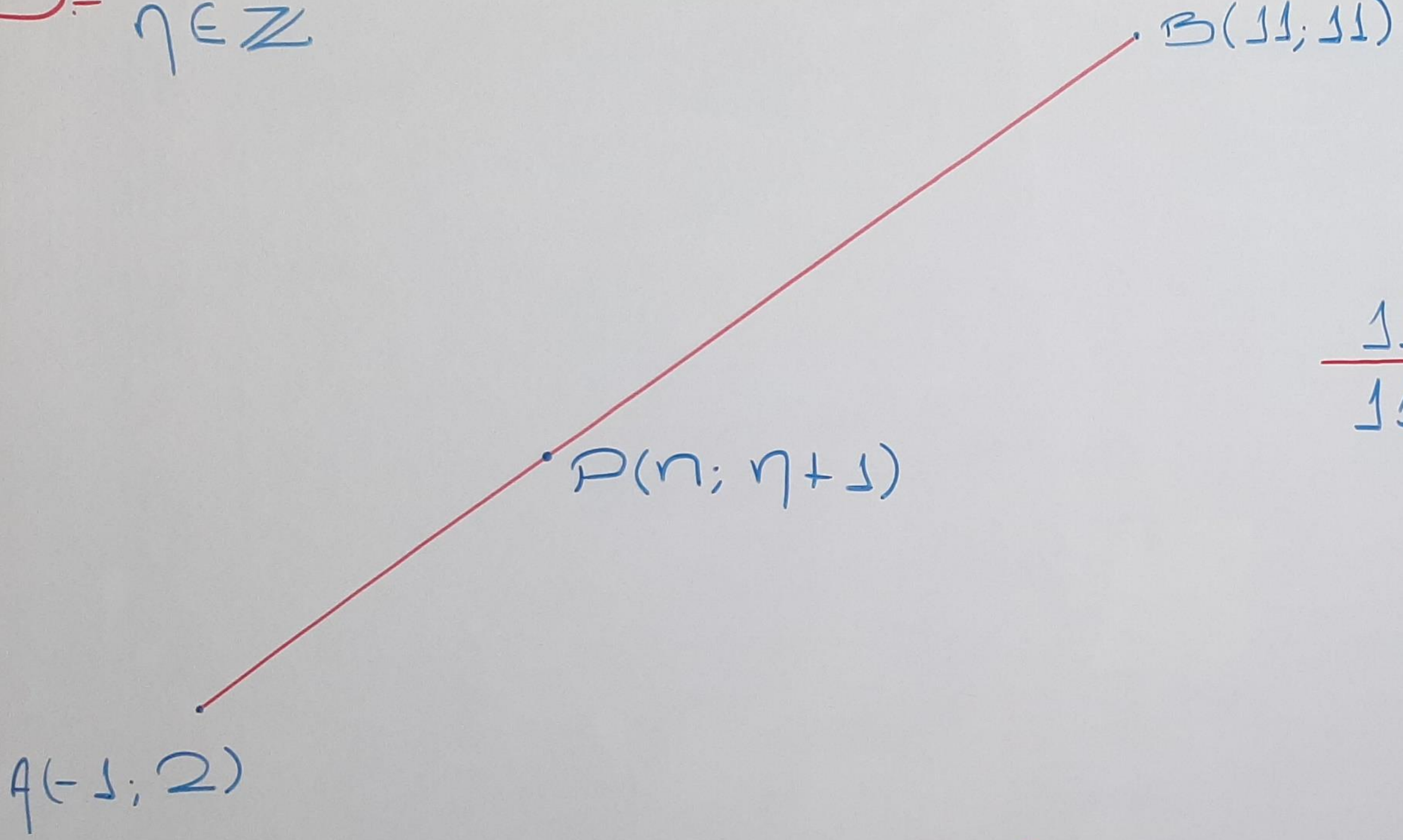
CLAVE B

Problema 3:

Hallar el punto P en el segmento AB, cuyas coordenadas sean números enteros consecutivos; A(-1;2) y B(11;11). Dar como respuesta la suma de las coordenadas de P.

A) 8 B) 10 C) 12
D) 13 E) 17

5.- $n \in \mathbb{Z}$



$$m_{AyB} = m_{AyP}$$

$$\frac{11-2}{11-(-1)} = \frac{(n+1)-2}{n-(-1)}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{n-1}{n+1}$$

$$n = \underline{7}$$

$\rightarrow P(7;8)$

Suma de coordenadas: 15

No hay alternativa

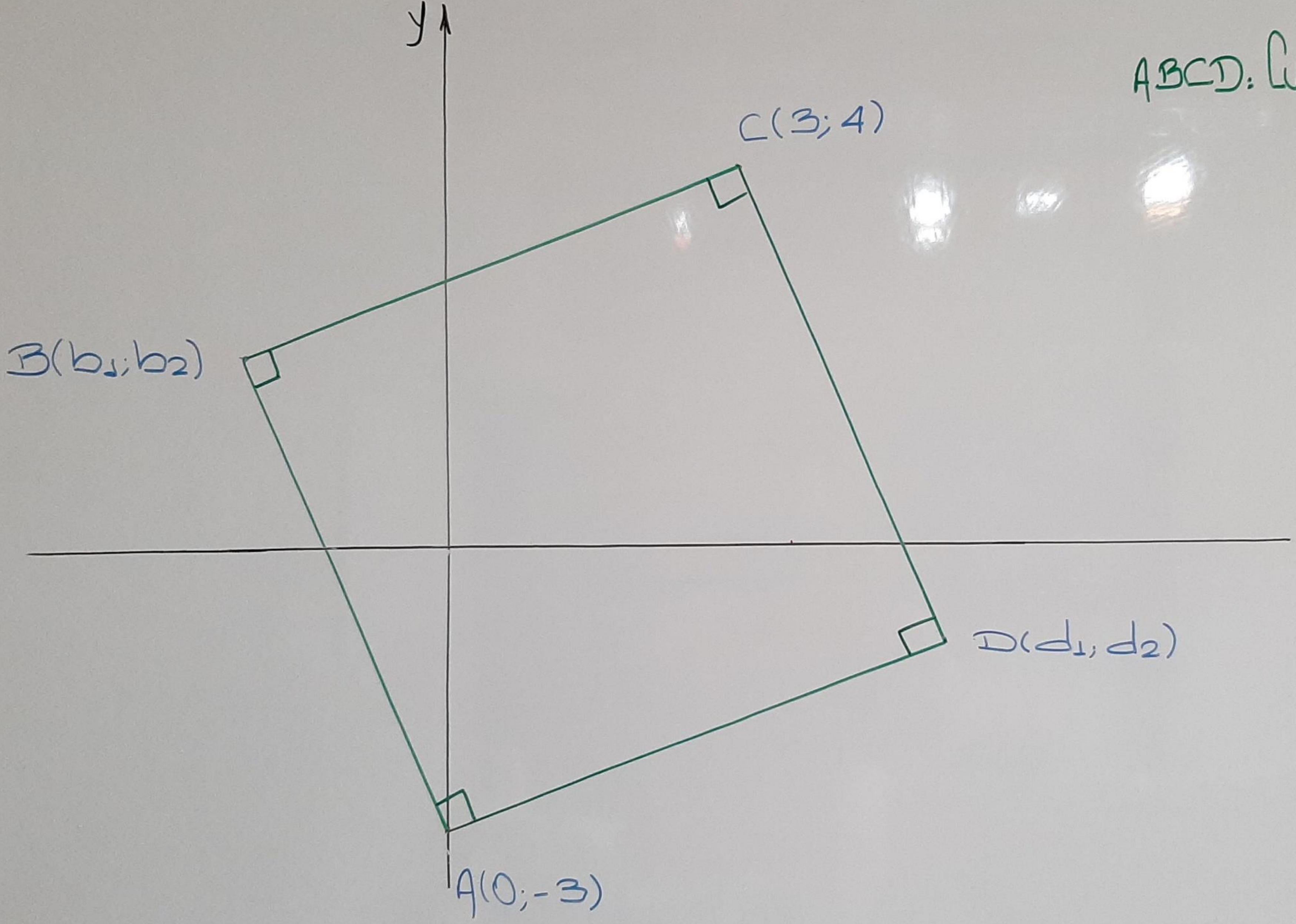
Problema 4:

Los vértices de un cuadrado son A(0;-3); B(b_1; b_2); C(3 ; 4) y D(d_1; d_2). Calcular el área del rectángulo cuyos vértices son los puntos B,P,D y Q , donde P (d_1; b_2) y Q(b_1; d_2)

A) 58
B) 29
C) 25
D) 21
E) 19,5

4.-

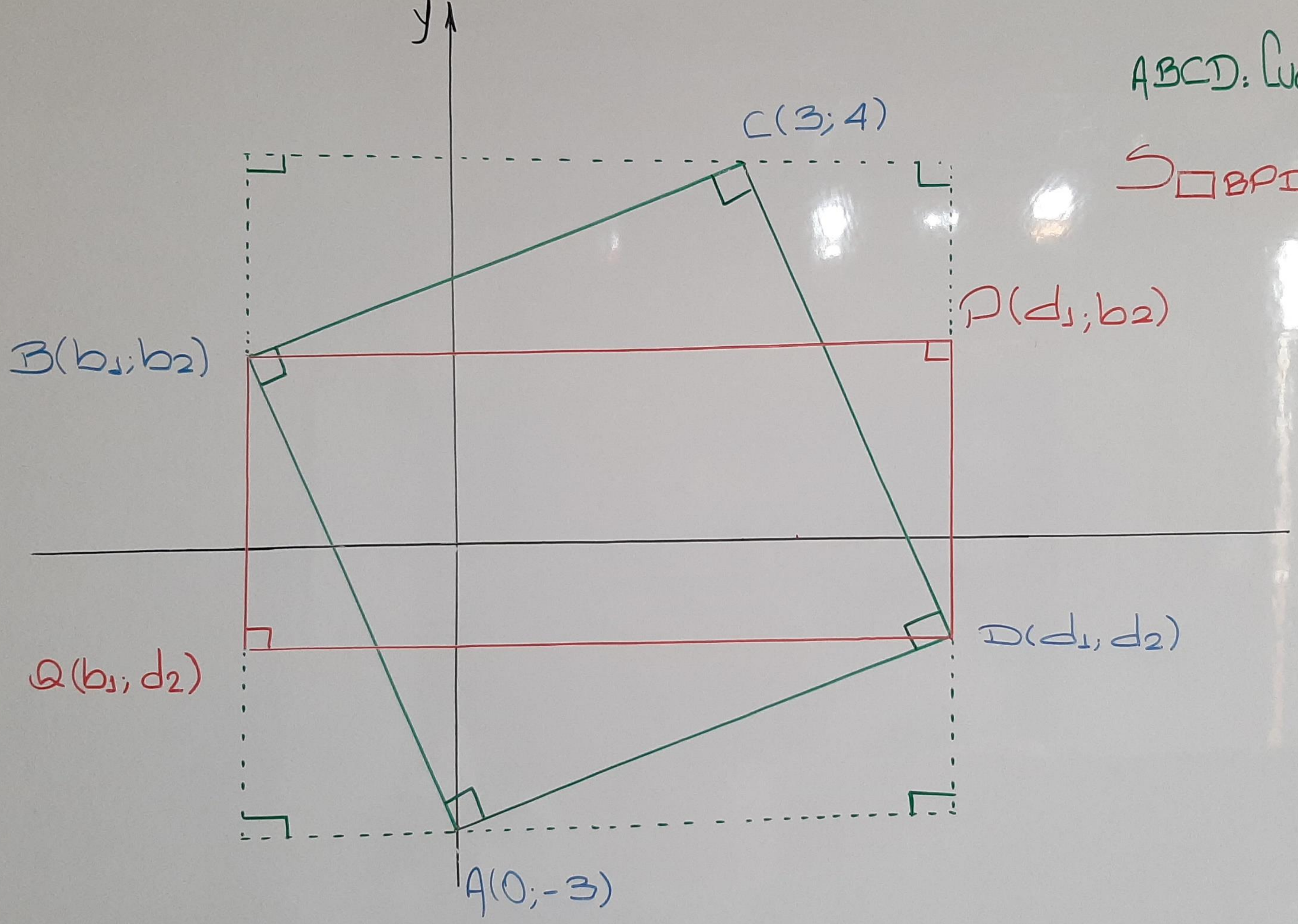
ABCD: Cuadrado



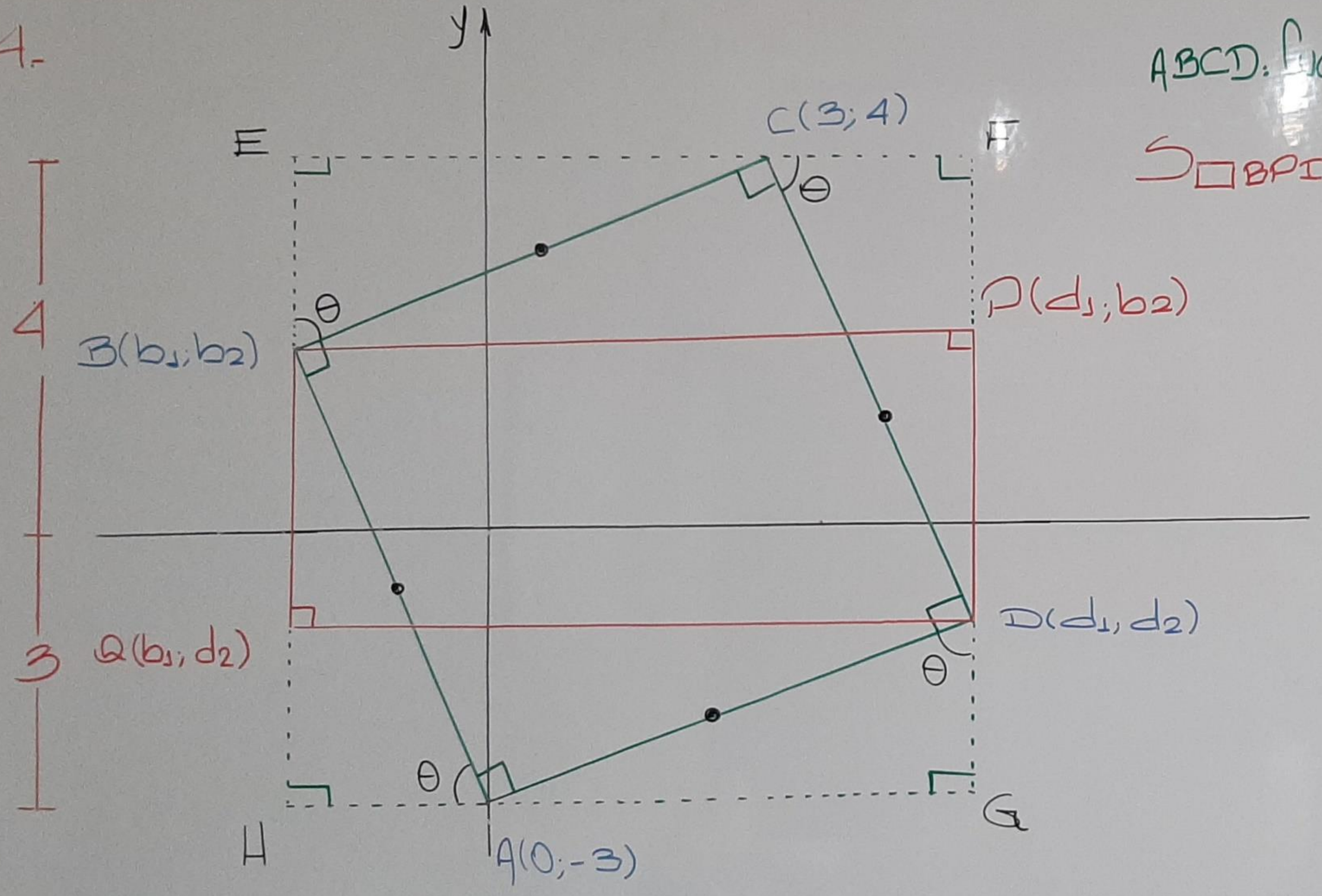
4.-

ABCD: Cuadrado

$S_{\square BPDQ}$: ?



4.-



ABCD: Cuadrado

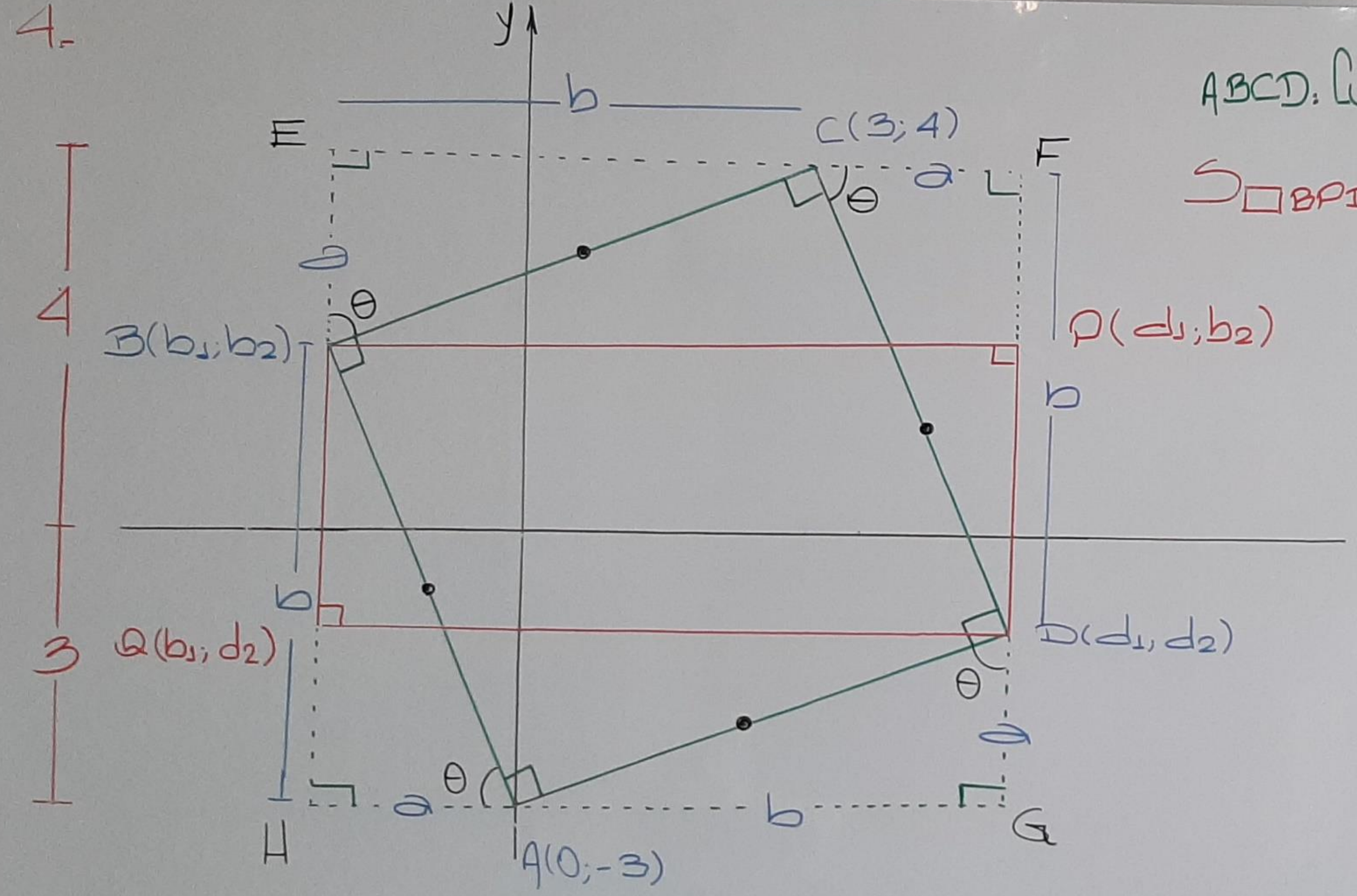
$S_{\square BPIQ} = ?$

Del gráfico:

$\triangle$BEC, $\triangle$CFD, $\triangle$DGA, $\triangle$AHB

"Son congruentes

4.-



ABCD: Cuadrado

$S_{\square BPDQ} = ?$

Del gráfico:

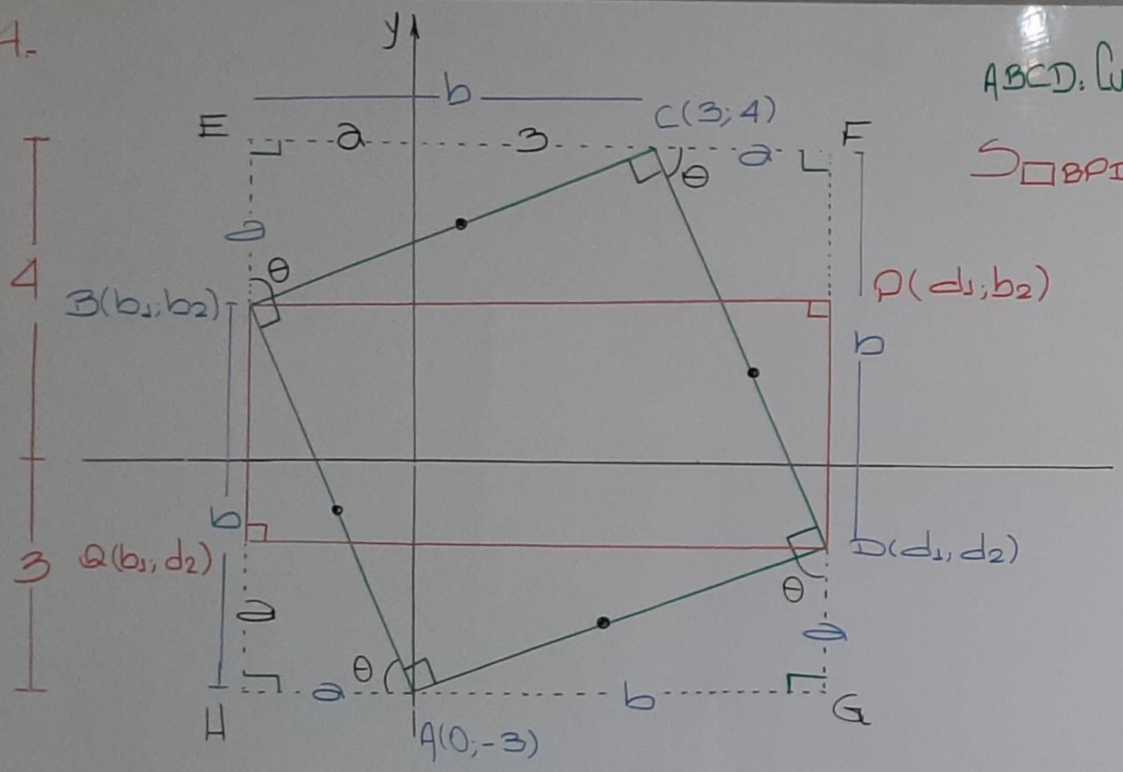
$\triangle$ BEC, $\triangle$ CFD, $\triangle$ DGA, $\triangle$ AHB

"Son congruentes"

↳ EFGH: Cuadrado

Si: HE = 7 ↳ HG = 7

4.-



ABCD: Cuadrado

$S_{\square BPDQ} = ?$

Del gráfico:

$\triangle BEC$, $\triangle CFD$, $\triangle DGA$, $\triangle AHB$

"Son congruentes"

↳ EFGH: Cuadrado

Si: $HE = 7$ ↳ $HG = 7$

En: $EC = b = a + 3$

En: $BH = BQ + QH$

$b = BQ + a$

↳ $\overline{BQ} = 3$

En: $HG = a + b = 7$

↳ $S_{ABCD} = 7 \cdot 3$

$\therefore S_{ABCD} = \underline{21}$

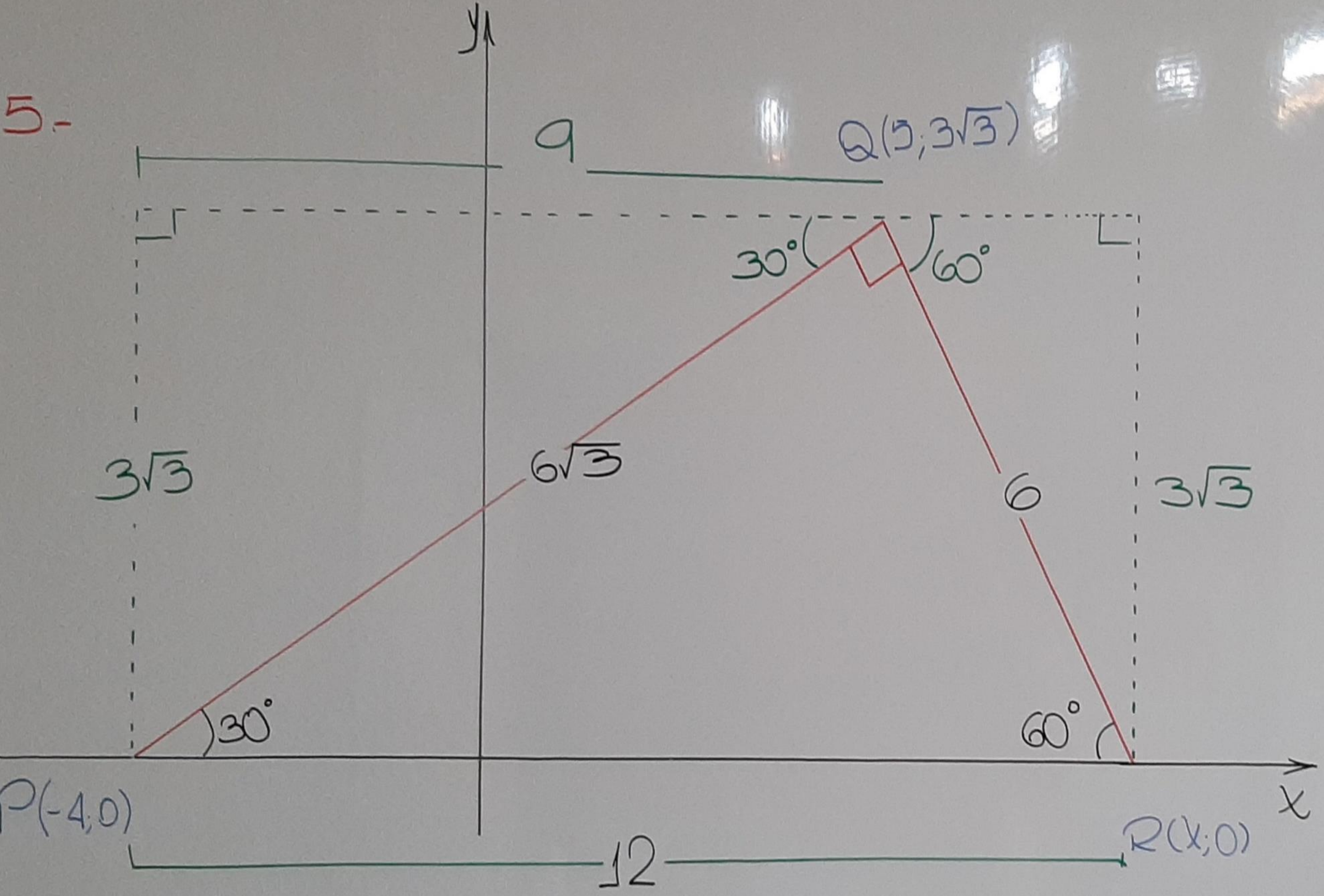
CLAVE D

Problema 5:

Los puntos P(-4;0); $Q\left(5;3\sqrt{3}\right)$ y R(x;0) son los vértices de un triangulo rectángulo recto en Q. La suma de los valores que indican el perímetro y el área del triangulo es:

A) $18\sqrt{3}+24$ B) $12+12\sqrt{3}$ C) $18+18\sqrt{3}$
D) $18+24\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}+6$

5.-



$$2p = 6\sqrt{3} + 6 + 12$$

$$2p = 6\sqrt{3} + 18$$

$$S = \frac{12 \times 3\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 18\sqrt{3}$$

$$\therefore S + 2p = 18 + 24\sqrt{3}$$

CLAVE D

Problema 6:

El área de un paralelogramo es 12 u^2, dos de sus vértices son: (-1;3) y (-2;4). Hallar los otros dos vértices de este paralelogramo, sabiendo que el punto de intersección de sus diagonales esta situado en el eje de abscisas.

A) $(2\ ;-2/3); (5\ ;14/3)$

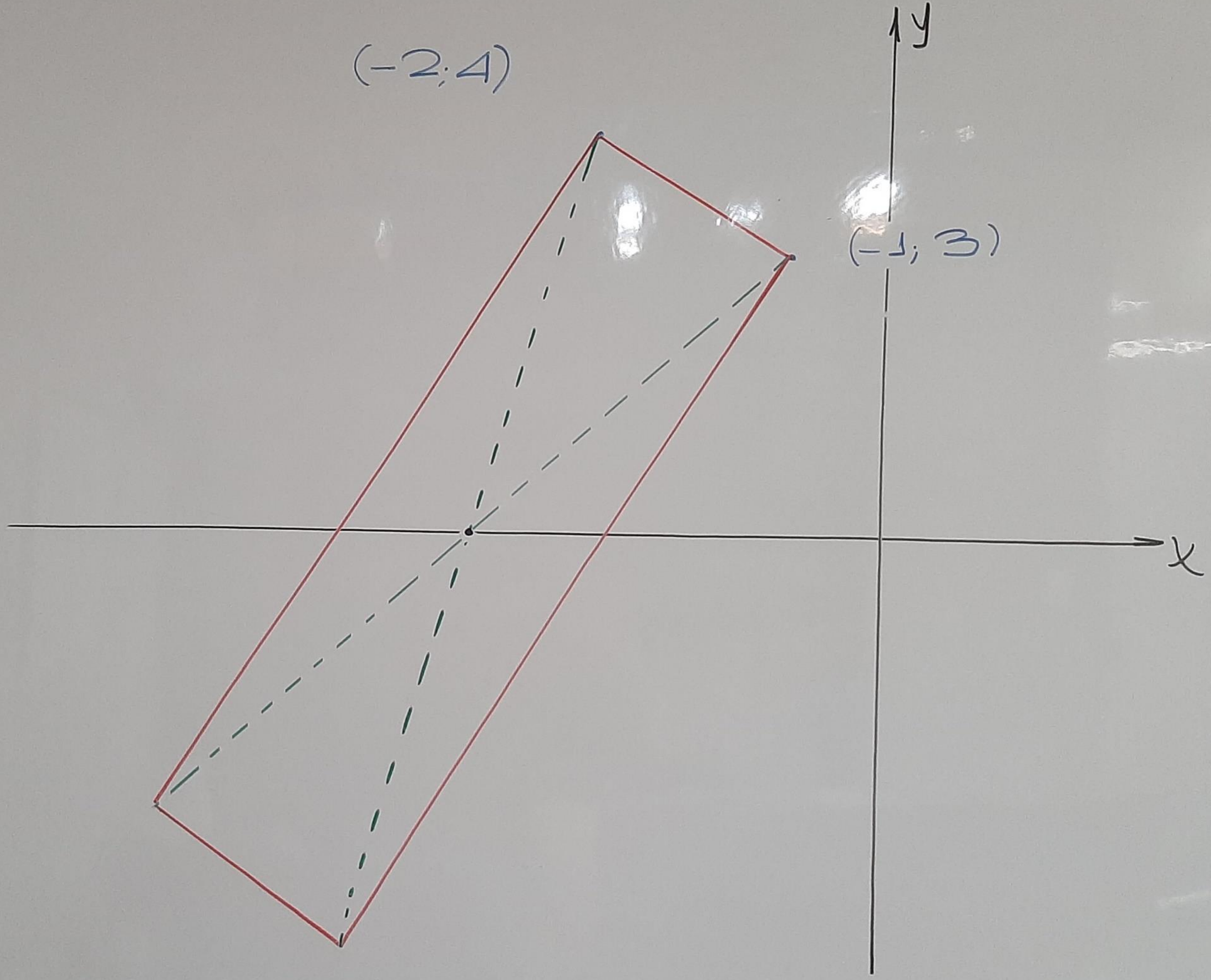
B) $(-7\ ;3); (-6\ ;4)$

C) $(7;8); (6;4)$

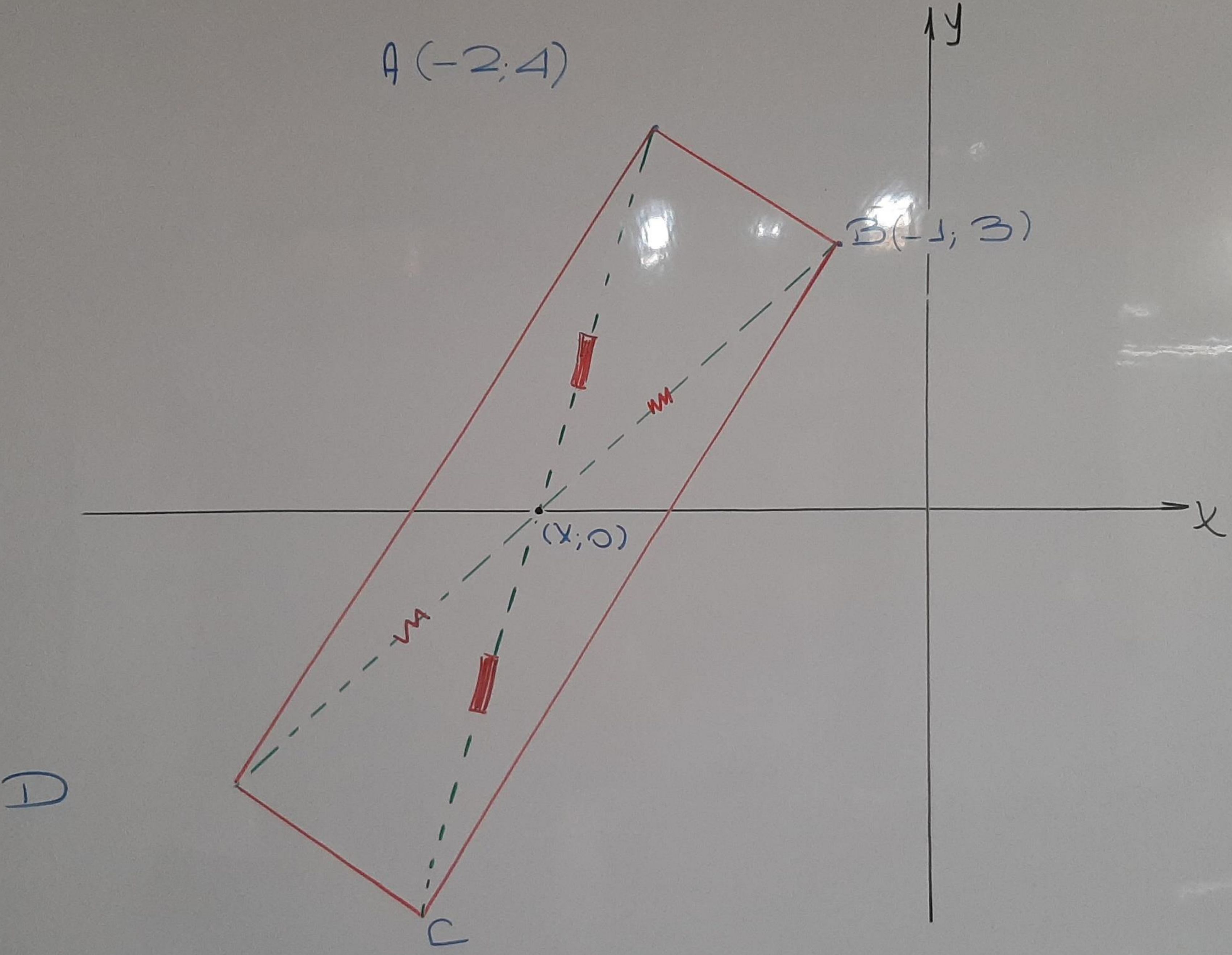
D) $(7;3); (6;4)$

E) $(-2\ ;-2/3); (-5\ ;-14/3)$

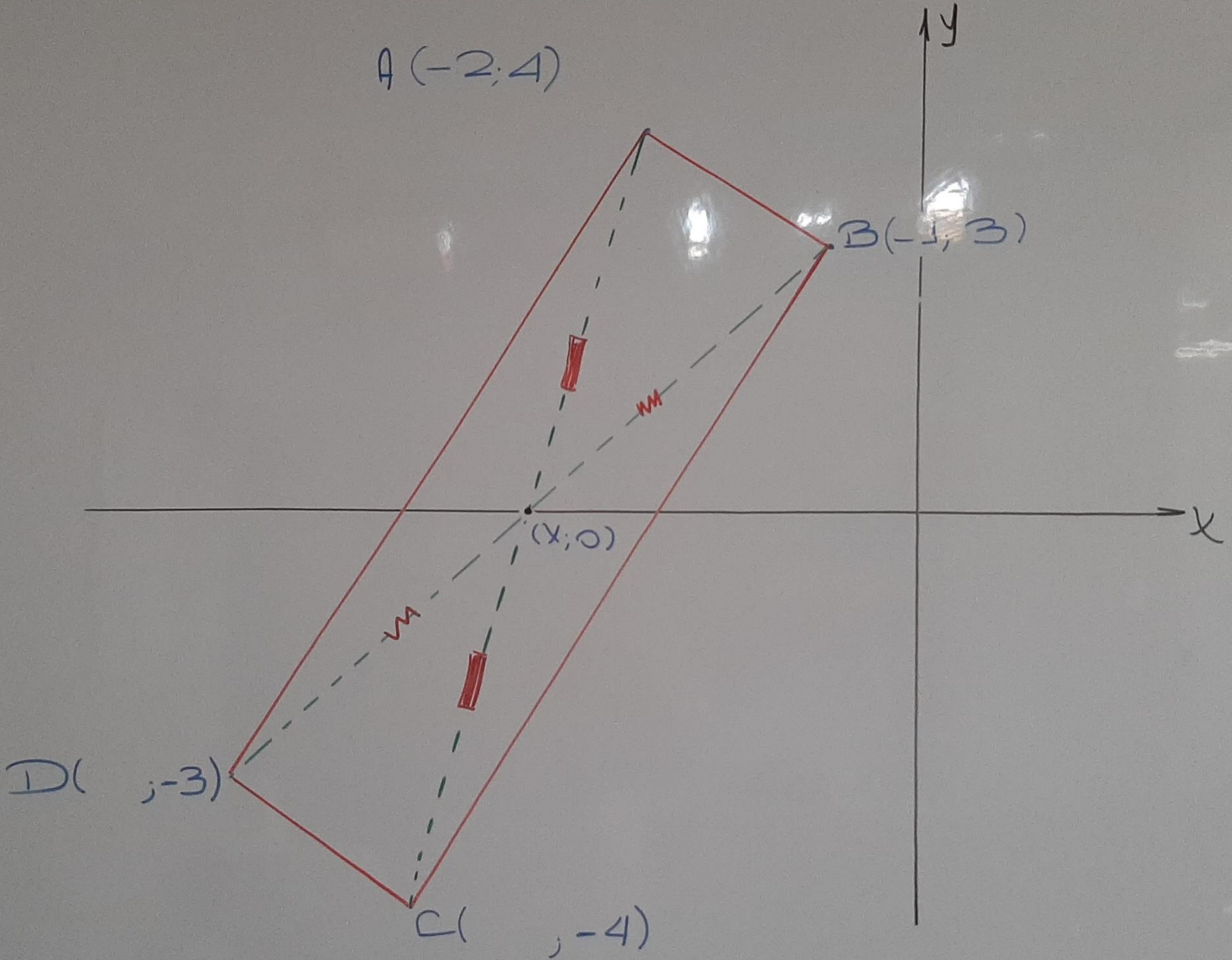
6-



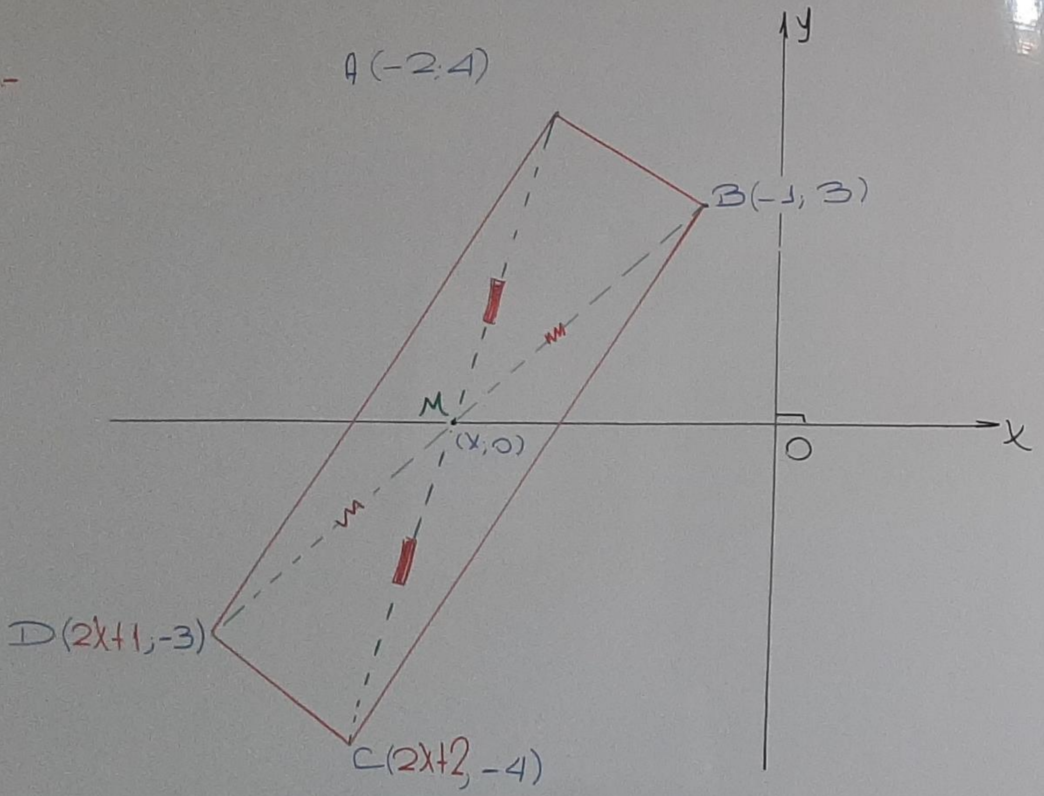
6.-



6.-



6.-



Dato: $S_{\square ABCD} = 12u^2$

↳ $S_{\Delta ABM} = 3u^2$

$$\begin{array}{r|rr|l} & -2 & 4 & \\ -4 & -1 & 3 & -6 \\ 3x & x & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 4x \\ \hline 3x-4 & & & 4x-6 \end{array}$$

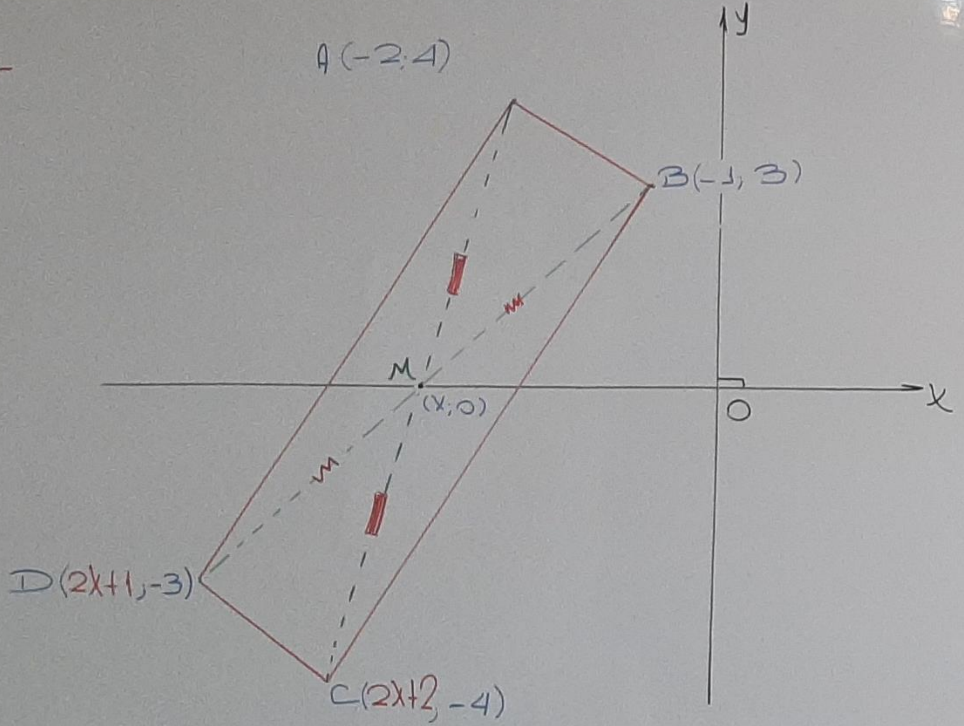
↳ $S = \dfrac{|4x-6-(3x-4)|}{2} = 3$

$|x-2| = 6$

$x-2 = 6 \quad \vee \quad x-2 = -6$

$x = 8 \quad \vee \quad x = -4$

6-



Dato: $S_{\square ABCD} = 12u^2$

$\rightarrow S_{\triangle ABM} = 3u^2$

	-2	4	
-4	-1	3	-6
3x	x	0	0
0	-2	4	4x
3x-4			4x-6

$\rightarrow S = \dfrac{|4x-6-(3x-4)|}{2} = 3$

$|x-2| = 6$

$x-2 = 6 \ \vee \ x-2 = -6$

$x = 8 \ \vee \ x = -4$

$\downarrow$ C(18;-4) $\quad$ $\downarrow$ C(-6;-4)

D(17;-3) $\quad$ D(-7;-3)

CLAVE "B"

Problema 7:

Determine las coordenadas de M si se tiene que $\overline{AP} + \overline{PB}$ es la menor distancia posible.

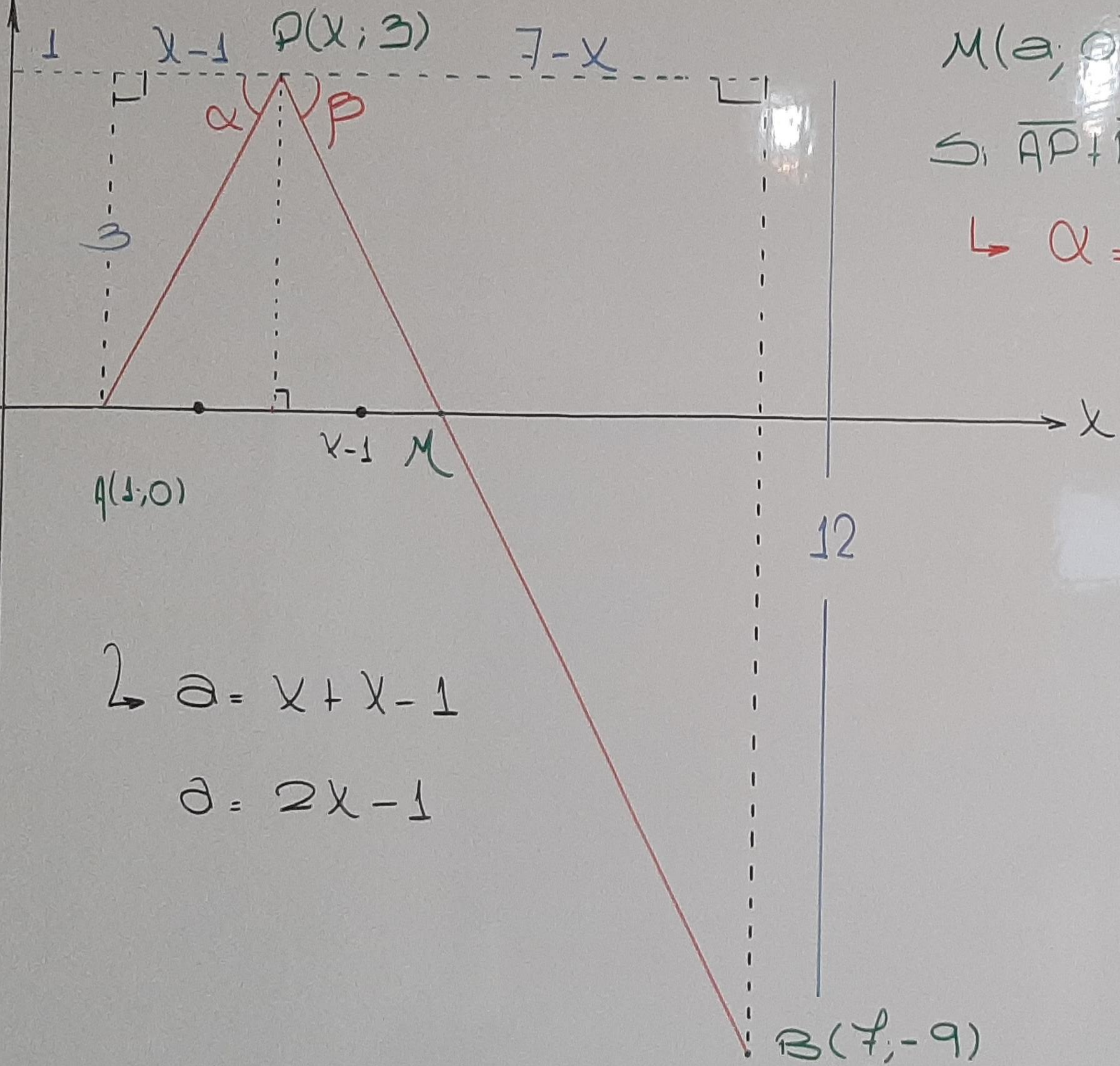
A) $(3\ ;0)$

B) $(4\ ;0)$

C) $\left(\frac{17}{5};0\right)$

D) $(6;0)$

E) $\left(\frac{8}{3};0\right)$



$M(a;0)$

Si $\overline{AP}+\overline{PB}$ es mín

↳ $\alpha = \beta$

↳ $a = x + x - 1$

$a = 2x - 1$

Si: $\alpha = \beta$

↳ $\tan\alpha = \tan\beta$

$$\frac{3}{x-1} = \frac{12}{7-x}$$

$$21 - 3x = 12x - 12$$

$$15x = 33$$

$$x = \frac{11}{5}$$

$$a = \frac{17}{5}$$

$\therefore M\left(\frac{17}{5};0\right)$

CLAVE C

Problema 8:

Calcular las coordenadas del punto que pertenece al eje de abscisas y equidista de (4;-2) y (6;4)

A) $\left(\frac{6}{5};0\right)$

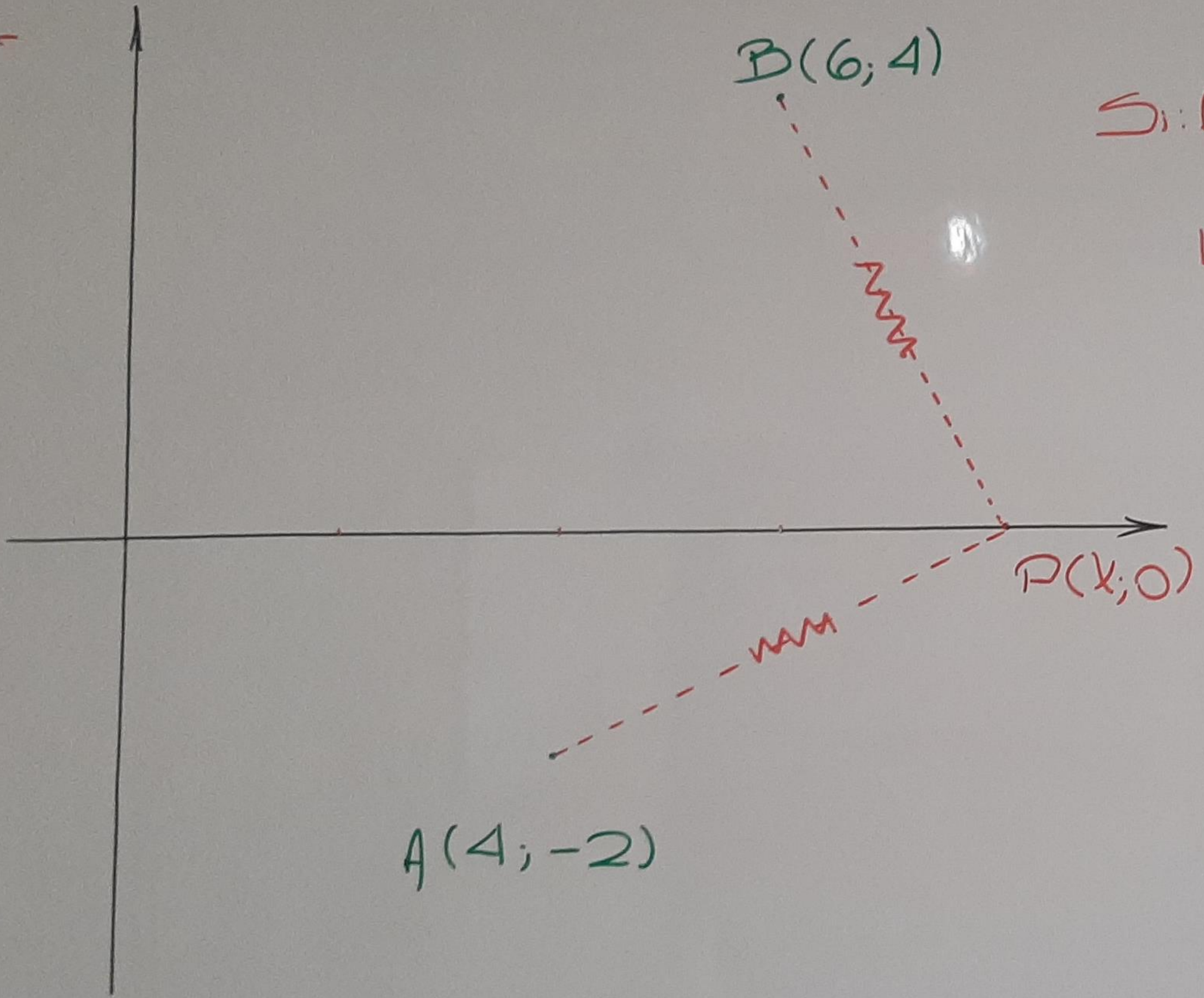
B) $\left(\frac{7}{5};0\right)$

C) $\left(\frac{8}{5};0\right)$

D) $\left(\frac{9}{5};0\right)$

E) $(8;0)$

8-



Si: A y B equidistan de P

↳ AP = PB

$$\sqrt{(x-4)^2+2^2} = \sqrt{(x-6)^2+4^2}$$

$$x^2-8x+20 = x^2-12x+52$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

$\therefore P(8;0)$

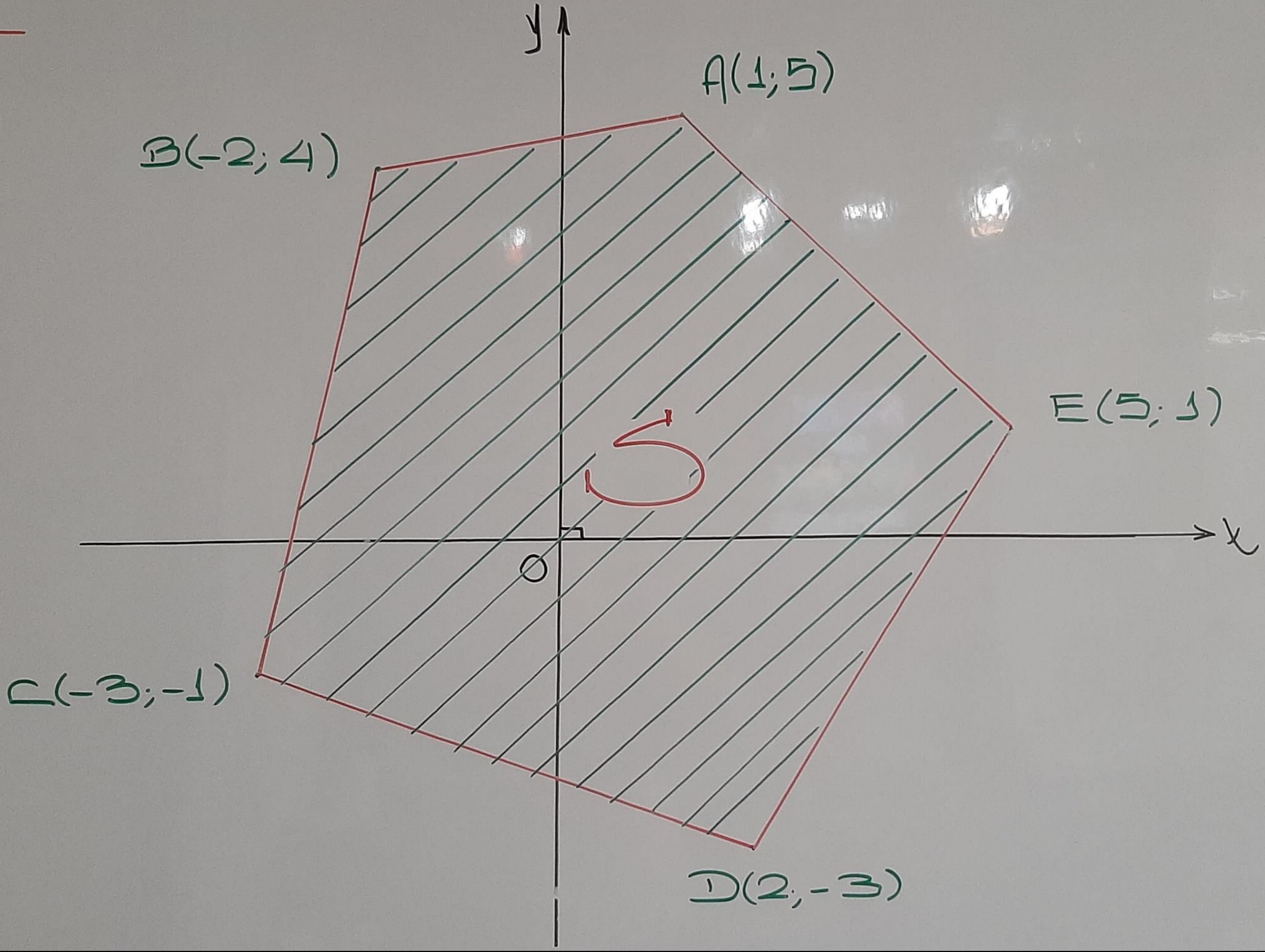
CLAVE E

Problema 9:

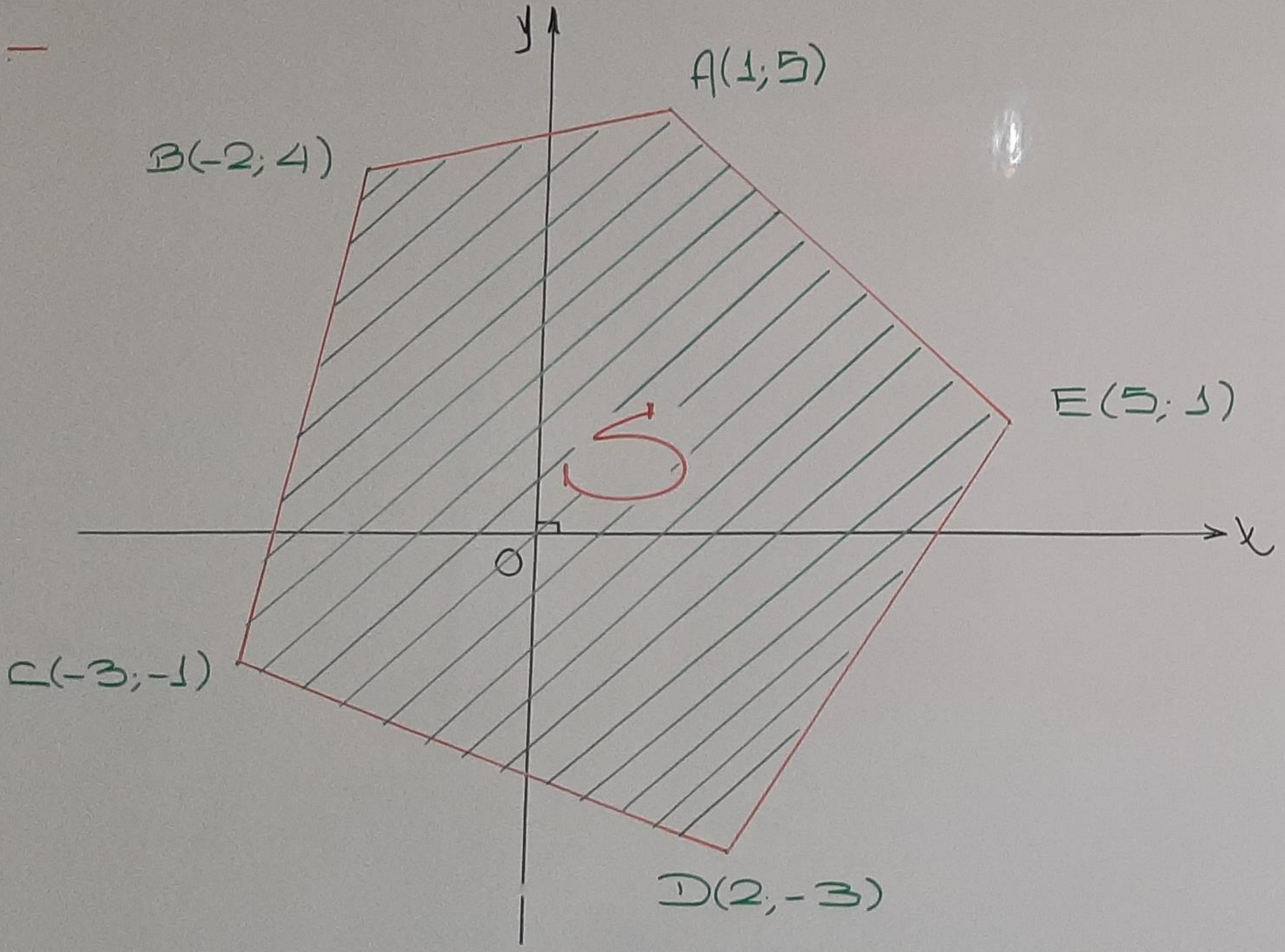
Hallar el área del pentágono de vértices A(1;5),B(-2;4),C(-3;-1),D(2;-3) y E(5;1)

A) 40 B) 10 C) 12
D) 13 E) 17

9_



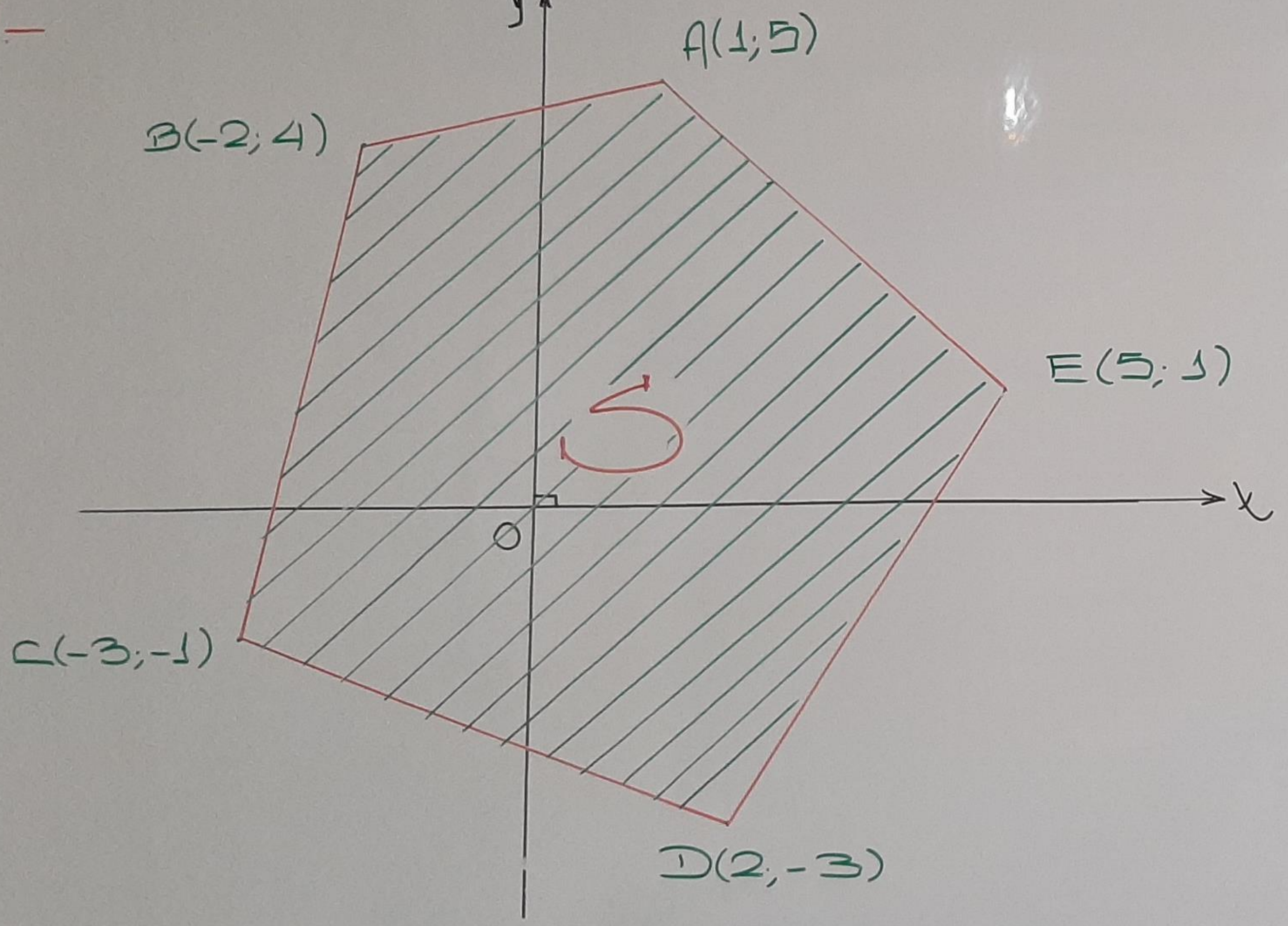
9_



S_{ABCDE} : ?

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 4 \\ -3 & -1 \\ 2 & -3 \\ 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

9.-



$S_{\pentagon}$ ABCDE : ?

	1	5	
-10	-2	4	4
-12	-3	-1	2
-2	2	-3	9
-15	5	1	2
1	1	5	25
-38			42

$$S = \frac{42-(-38)}{2}$$

$\therefore S = 40u^2$ CLAVE A

Problema 10:

El centro de una circunferencia es (h;k) que pertenece al tercer cuadrante. Si la circunferencia es tangente a los ejes coordenados y su área es $4\pi\ u^2$, calcular las coordenadas del punto más lejano del origen de coordenadas que pertenece a dicha circunferencia.

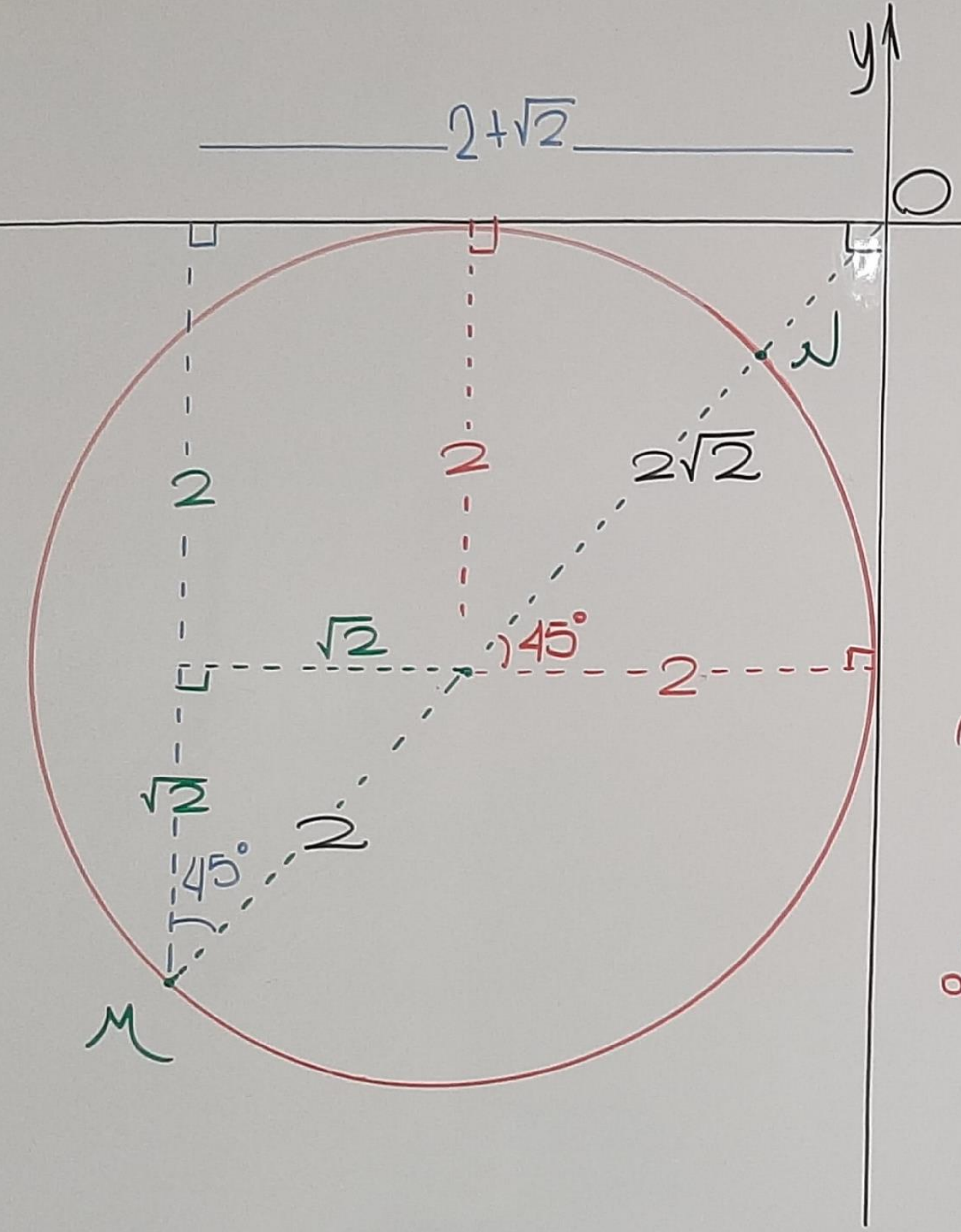
A) $\left(2-\sqrt{2}; 2-\sqrt{2}\right)$

B) $\left(-2+\sqrt{2}; -2+\sqrt{2}\right)$

C) $\left(-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}\right)$

D) $\left(-2-\sqrt{2}; -2-\sqrt{2}\right)$

E) $\left(-2-\sqrt{2}; 2+\sqrt{2}\right)$



$S_{\odot} = 4\pi\, u^2$

$\pi r^2 = 4\pi$

$r = 2u$

$\hookrightarrow C(-2; -2)$

$\therefore M(-2-\sqrt{2}; -2-\sqrt{2})$

CLAVE D

Del gráfico:

ON = Distancia mínima

$$\boxed{ON = OC - r}$$

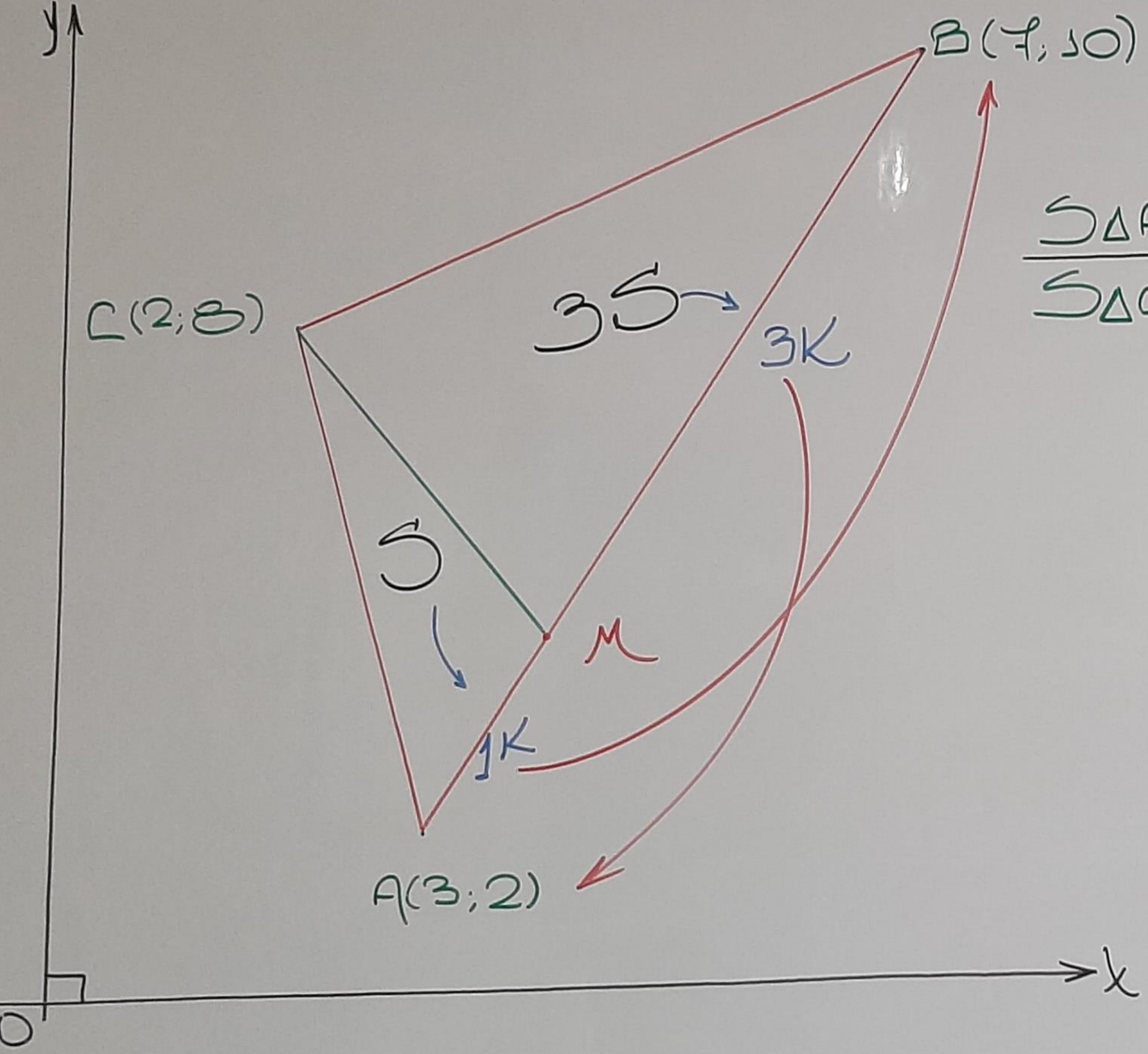
OM = Distancia máxima

$$\boxed{OM = OC + r}$$

Problema 11:

Se tiene el triangulo ABC donde A(3;2), B(7;10) y C(2;8),además M es un punto del lado AB de tal manera que las áreas de los triángulos ACM y CMB están en la relación de 1 a 3 . Calcular CM.

A) $\sqrt{20}$ B) $\sqrt{17}$ C) $\sqrt{15}$
D) $\sqrt{21}$ E) $\sqrt{12}$



$$\frac{S_{\Delta ACM}}{S_{\Delta CMB}} = \frac{1}{3}$$

Calculando las coord. de M

$$M\left(\frac{1(7;10)+3(3;2)}{1+3}\right)$$

$$M\left(\frac{(7;10)+(9;6)}{4}\right)$$

$$M(4;4)$$

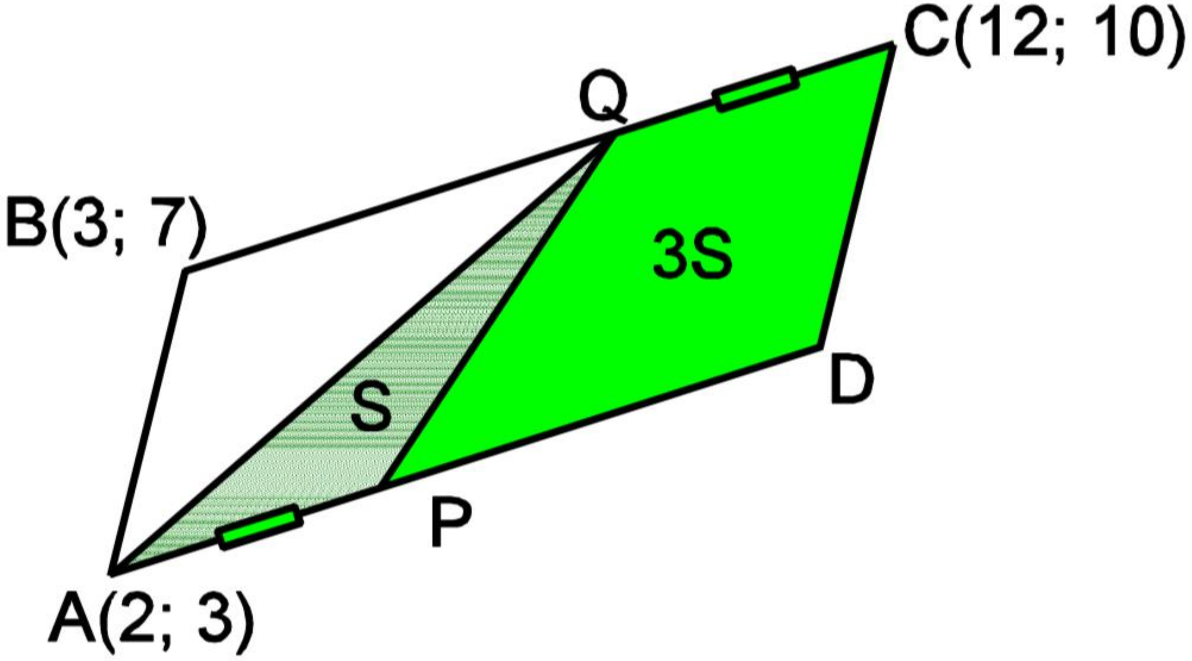
$$\rightarrow CM = \sqrt{(2-4)^2+(8-4)^2}$$

$$\therefore CM = \sqrt{20}$$

CLAVE A

Problema 12:

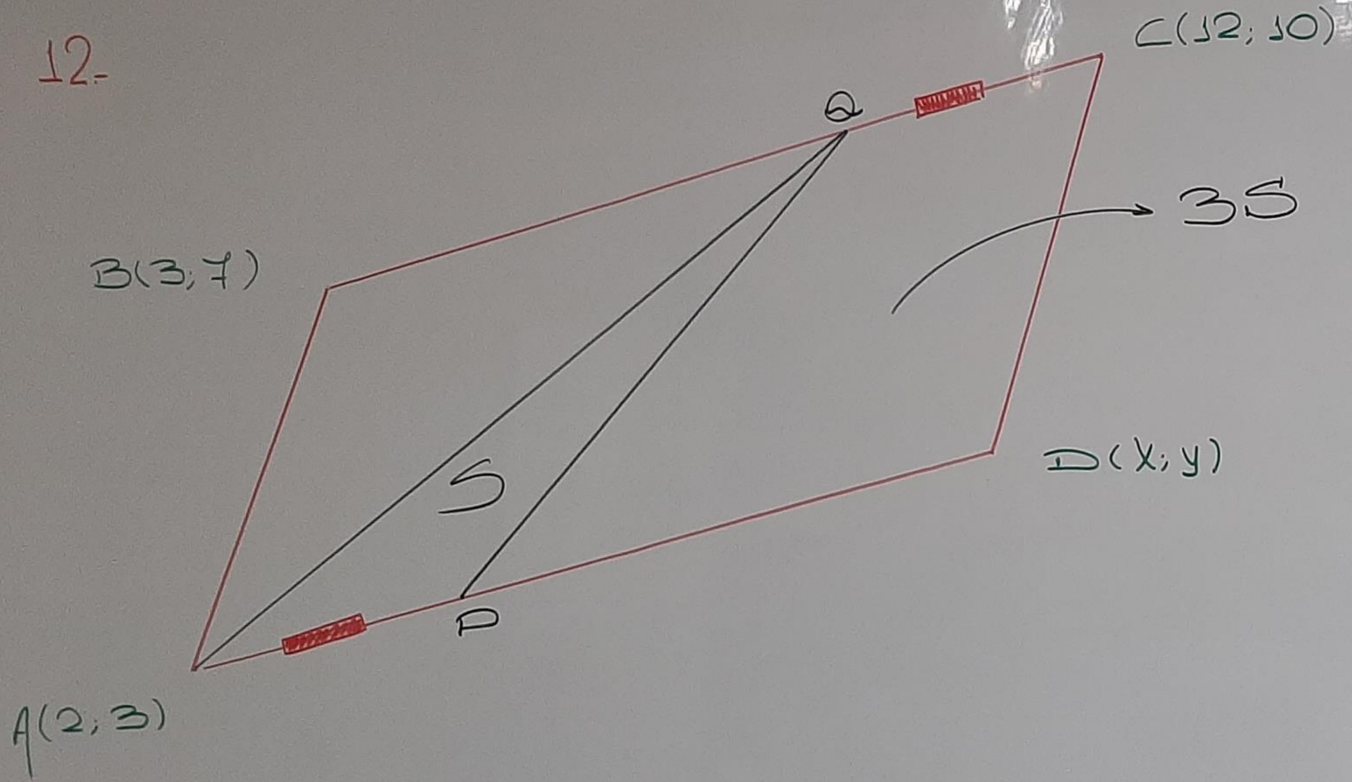
Siendo ABCD un paralelogramo, determine la distancia de PQ.



A) $\sqrt{23}$ B) $\sqrt{35}$ C) $\sqrt{39}$

D) $\sqrt{41}$ E) $\sqrt{53}$

12.-



Calculando las coord de D

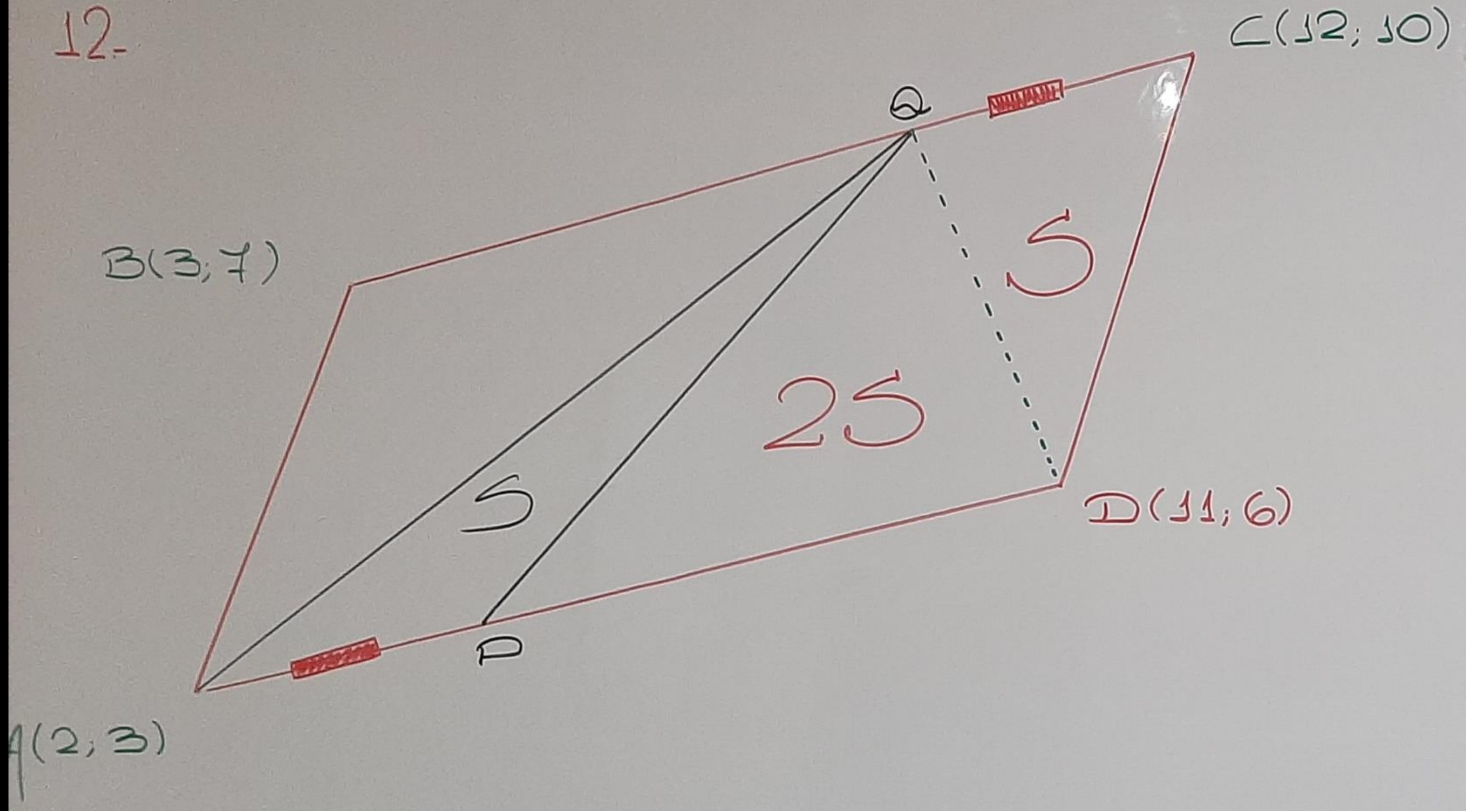
- $x + 3 = 2 + 12$

  $x = 11$

- $y + 7 = 3 + 10$

  $y = 6$

12.-



Calculando las coord de D

- $x + 3 = 2 + 12$

  $x = 11$

- $y + 7 = 3 + 10$

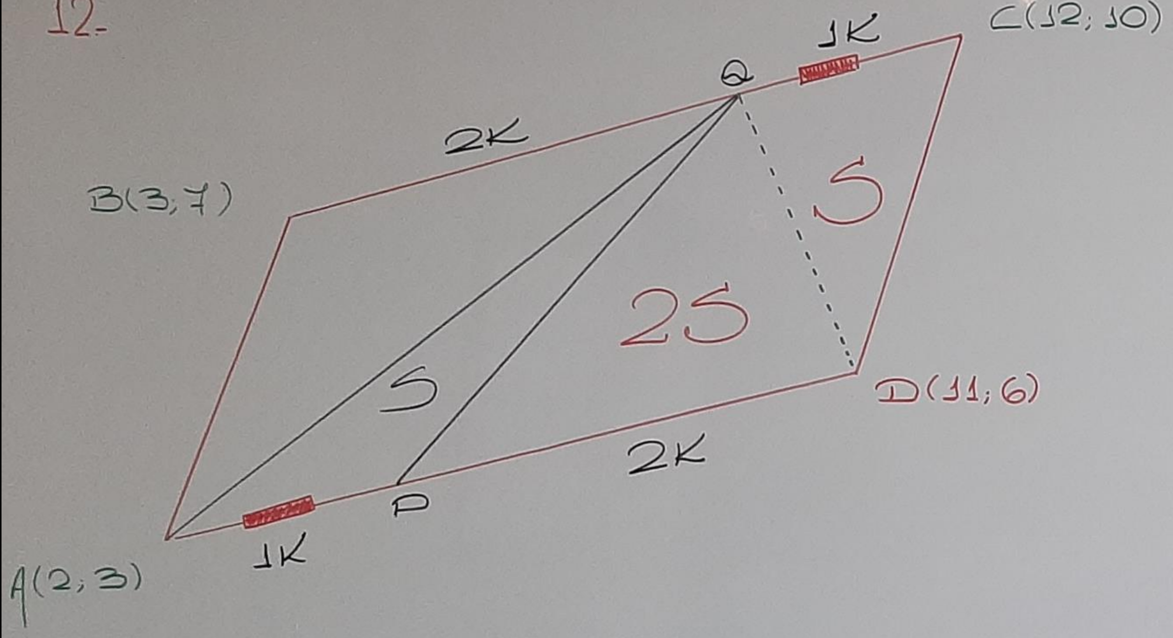
  $y = 6$

Se traza $\overline{DQ}$:

$$S_{\triangle AQP} = S_{\triangle QDC} = S$$

$$2 \rightarrow S_{\triangle PQD} = 2S$$

12.



Calculando los coord de D

- $x + 3 = 2 + 12$

  $x = 11$

- $y + 7 = 3 + 10$

  $y = 6$

Se traza $\overline{DQ}$:

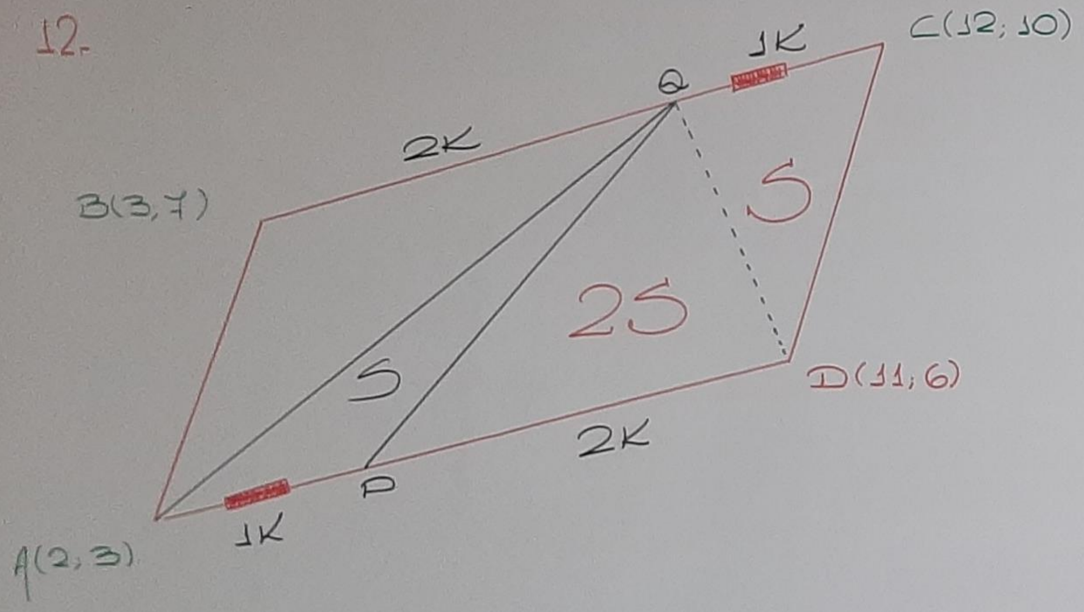
$$S_{\triangle AQP} = S_{\triangle QDC} = S$$

$$2 \rightarrow S_{\triangle PQD} = 2S$$

Si: $\dfrac{S_{\triangle AQP}}{S_{\triangle PQD}} = \dfrac{1}{2}$

$$\rightarrow \frac{AP}{PD} = \frac{1}{2} = \frac{CQ}{QB}$$

12.



Calculando los coord de D

- $x + 3 = 2 + 12$

  $x = 11$

- $y + 7 = 3 + 10$

  $y = 6$

Se traza $\overline{DQ}$:

$S_{\Delta AQP} = S_{\Delta QDC} = S$

$\rightarrow S_{\Delta PQD} = 2S$

Si: $\dfrac{S_{\Delta AQP}}{S_{\Delta PQD}} = \dfrac{1}{2}$

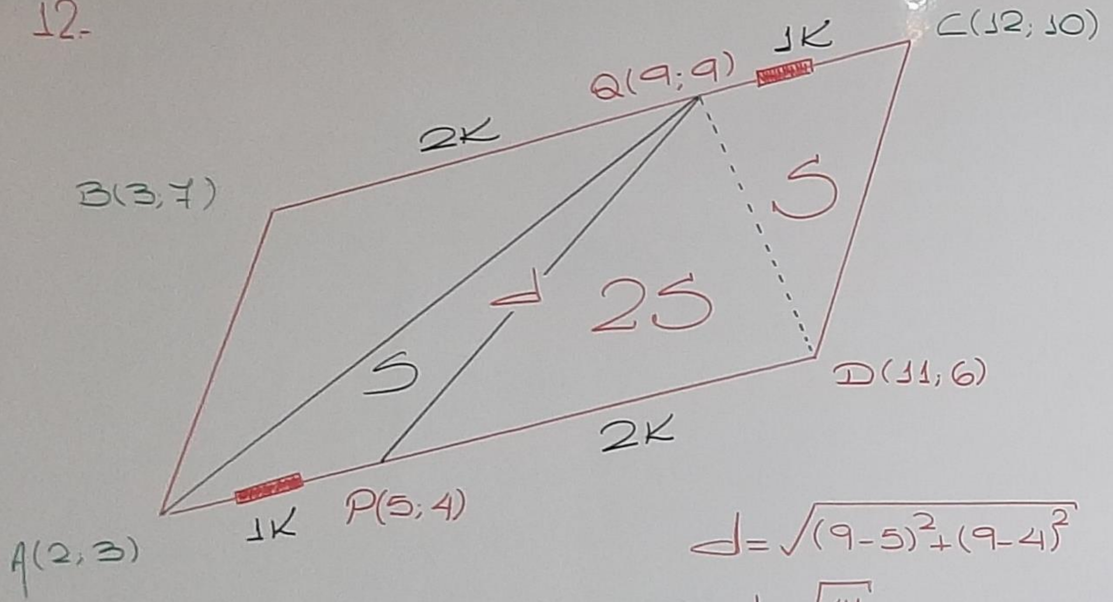
$\rightarrow \dfrac{AP}{PD} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{CQ}{QB}$

Hallando P y Q

$P\left(\dfrac{1(11;6) + 2(2;3)}{1+2}\right) \rightarrow P(5;4)$

$Q\left(\dfrac{2(12;10) + 1(3;7)}{2+1}\right) \rightarrow Q(9;9)$

12.-



$d = \sqrt{(9-5)^2 + (9-4)^2}$

$\therefore d = \sqrt{41}$ CLAVE D

Calculando las coord de D

- $x + 3 = 2 + 12$
  $x = 11$

- $y + 7 = 3 + 10$
  $y = 6$

Se traza $\overline{DQ}$:

$S_{\Delta AQP} = S_{\Delta QDC} = S$

$\rightarrow S_{\Delta PQD} = 2S$

Si: $\dfrac{S_{\Delta AQP}}{S_{\Delta PQD}} = \dfrac{1}{2}$

$\rightarrow \dfrac{AP}{PD} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{CQ}{QB}$

Hallando P y Q

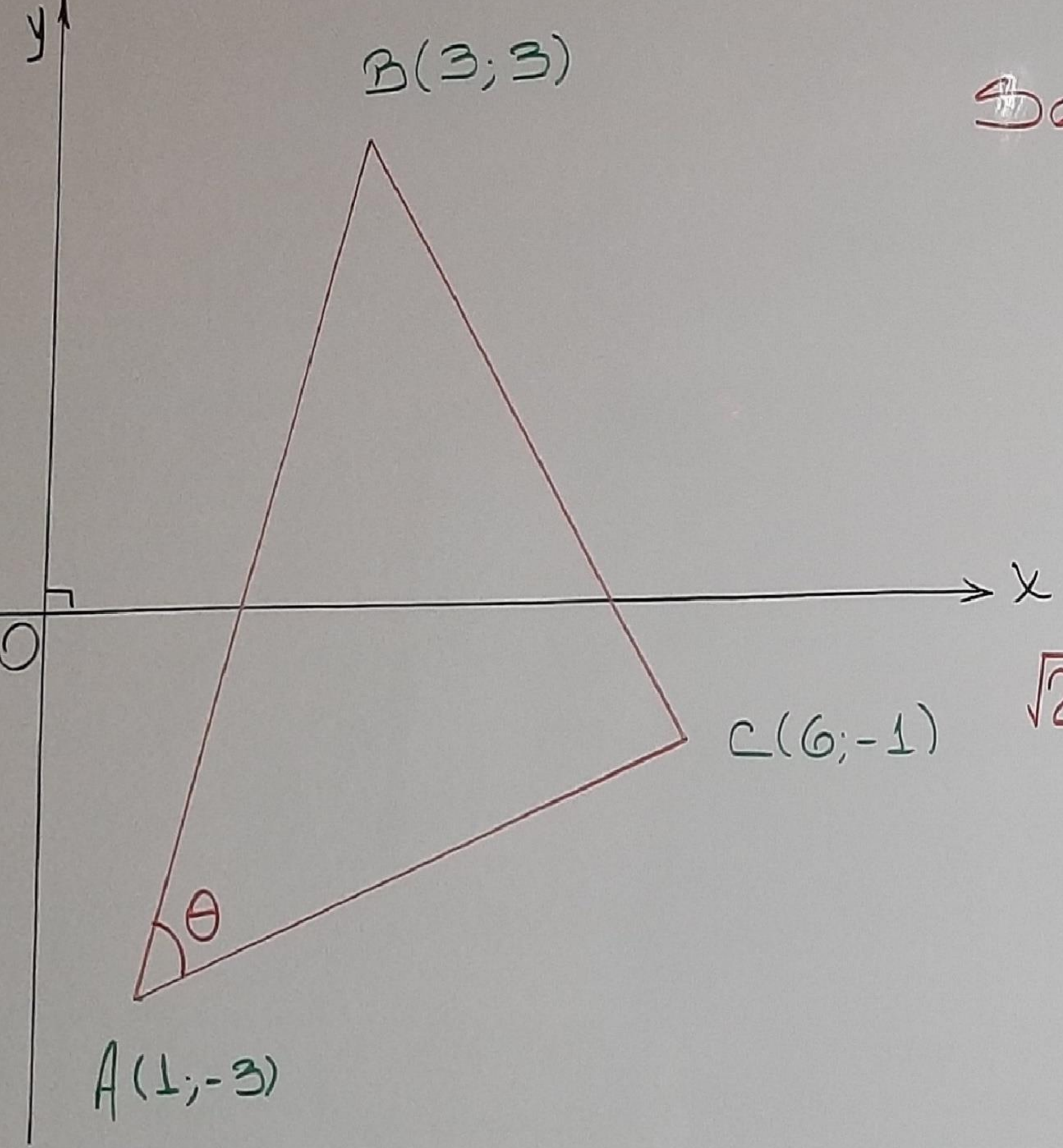
$P\left(\dfrac{1(11;6) + 2(2;3)}{1+2}\right) \rightarrow P(5;4)$

$Q\left(\dfrac{2(12;10) + 1(3;7)}{2+1}\right) \rightarrow Q(9;9)$

Problema 13:

Los vértices de un triangulo son $A(1; -3)$, $B(3; 3)$ y $C(6; -1)$. Calcular el seno del ángulo BAC.

A) $13/\sqrt{200}$ B) $13/\sqrt{250}$ C) $13/\sqrt{290}$
D) $13/\sqrt{297}$ E) $13/\sqrt{291}$



$\text{Sen}\,\theta = ?$

$S_{\text{TRIG}} = S_{\text{G. ANALÍT.}}$

$$\frac{AC \times AB}{\cancel{2}} \cdot \text{Sen}\,\theta = \frac{D - I}{\cancel{2}}$$

$$\downarrow$$

$$\sqrt{29} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \text{Sen}\,\theta = 8 - (-18)$$

$$\therefore \text{Sen}\,\theta = \frac{13}{\sqrt{290}}$$

i) $AC = \sqrt{5^2 + 2^2} \rightarrow AC = \sqrt{29}$

ii) $AB = \sqrt{2^2 + 6^2} \rightarrow AB = 2\sqrt{10}$

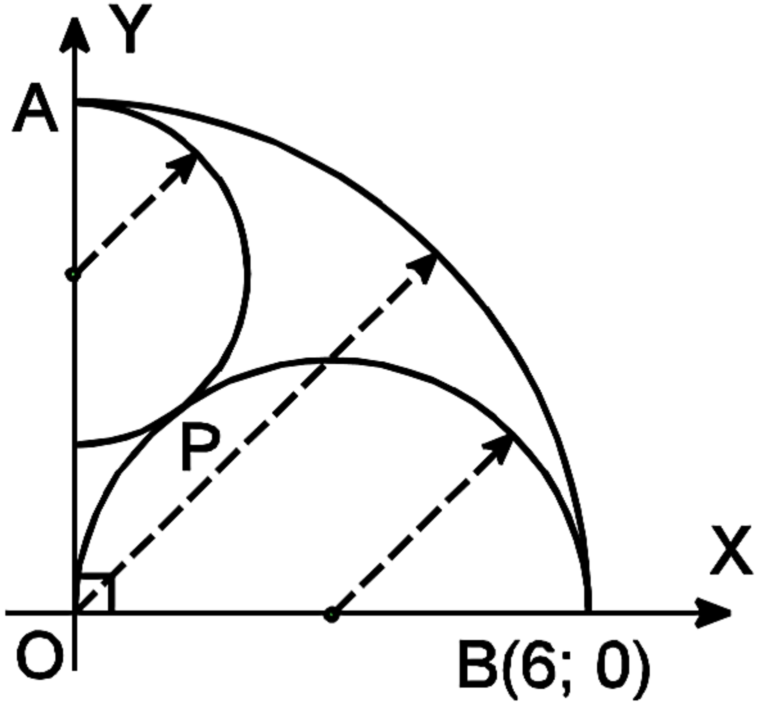
iii) Área x Cramer

$$\begin{array}{r|rr|r}
 & 3 & 3 & \\
3 & 1 & -3 & -9 \\
-18 & 6 & -1 & -1 \\
-3 & 3 & 3 & 18 \\
\hline
-18 & & & 8
\end{array}$$

$I \leftarrow$ $\qquad$ $\rightarrow D$

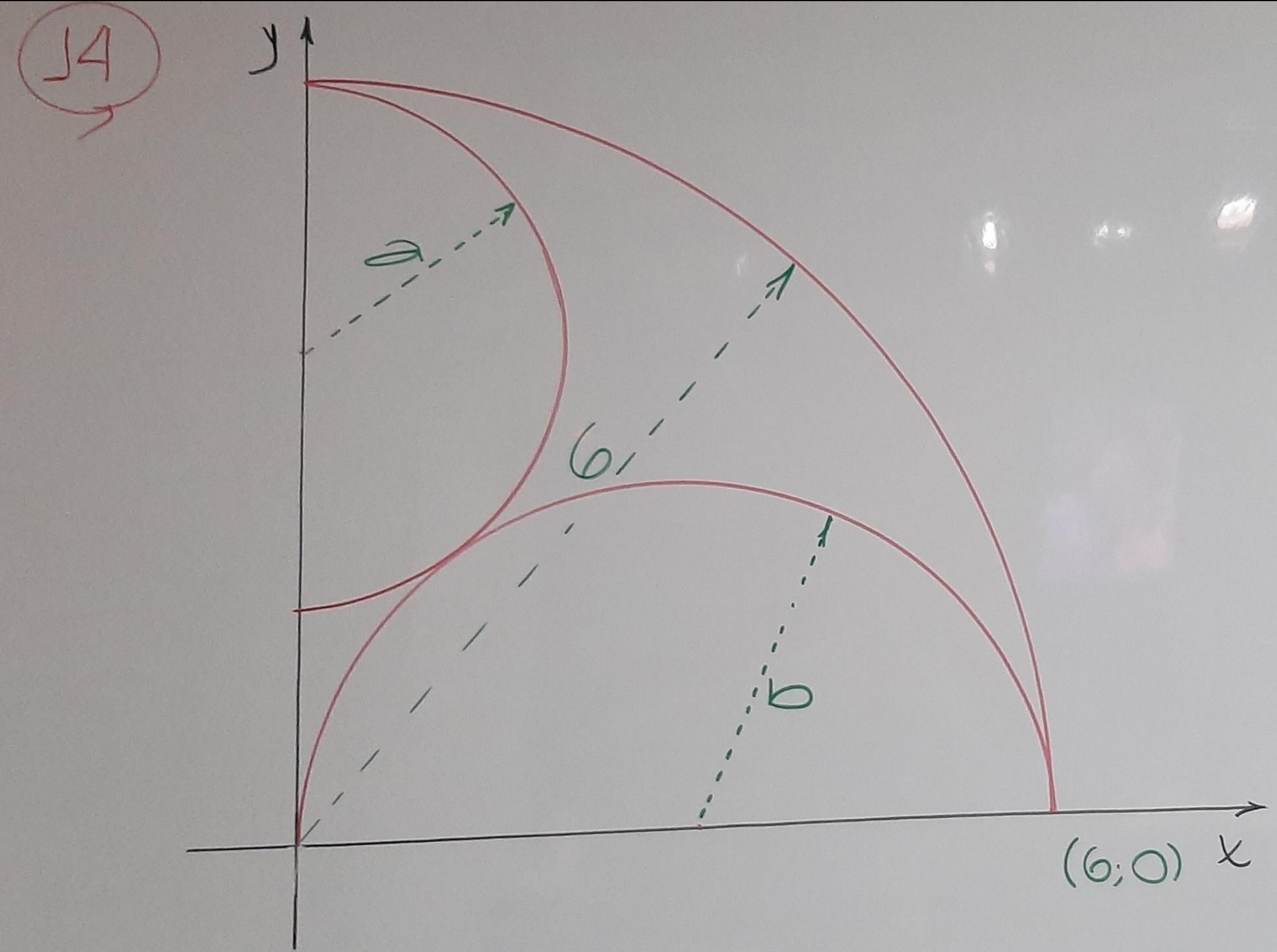
Problema 14:

Calcular las coordenadas del punto de tangencia P.

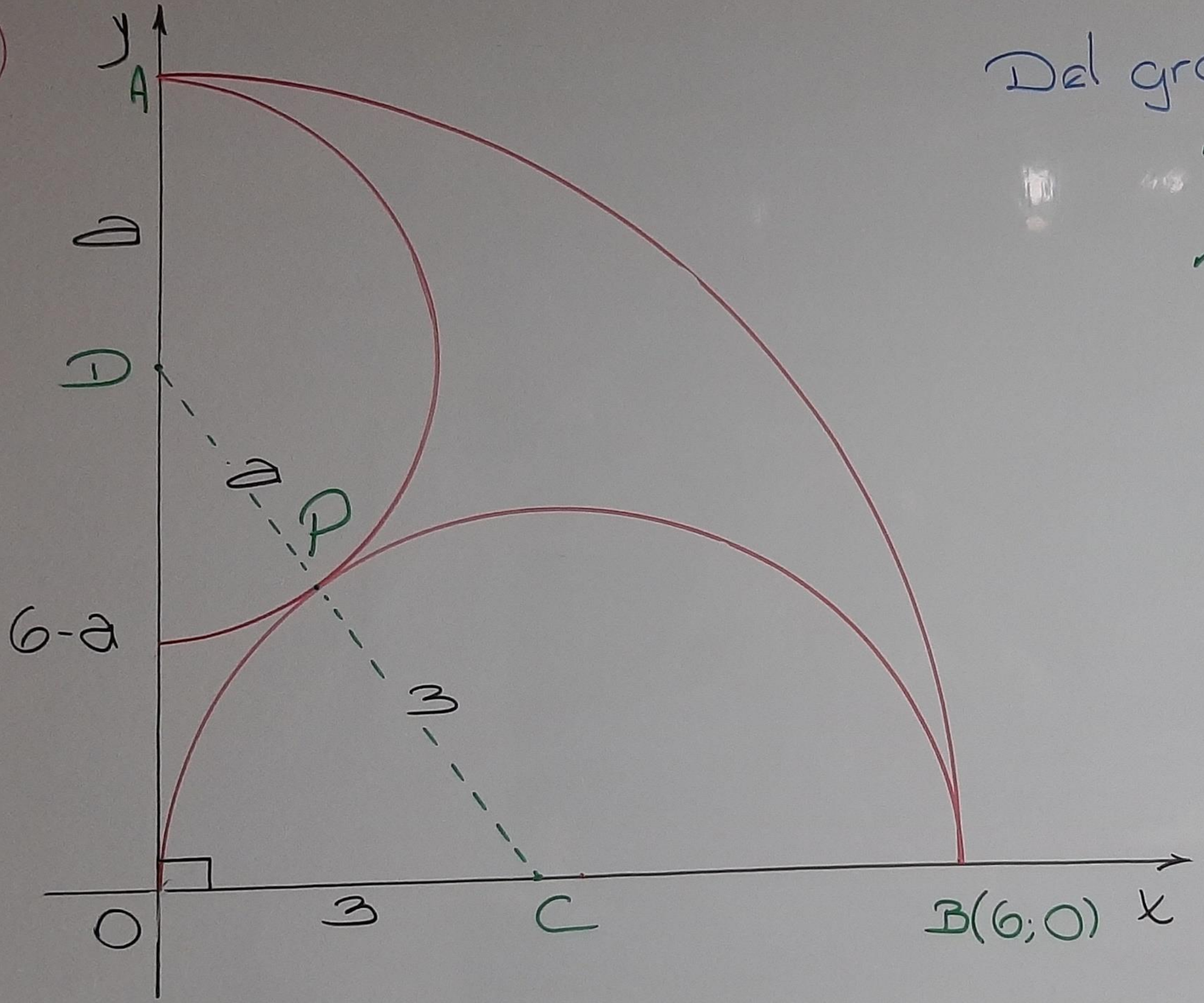


A) $\left(\frac{3}{5};\frac{3}{5}\right)$ B) $\left(\frac{6}{5};\frac{6}{5}\right)$ C) $\left(\frac{6}{5};\frac{12}{5}\right)$

D) $\left(\frac{12}{5};\frac{6}{5}\right)$ E) $\left(\frac{4}{5};\frac{6}{5}\right)$


14
y
a
6
b
(6;0)
x

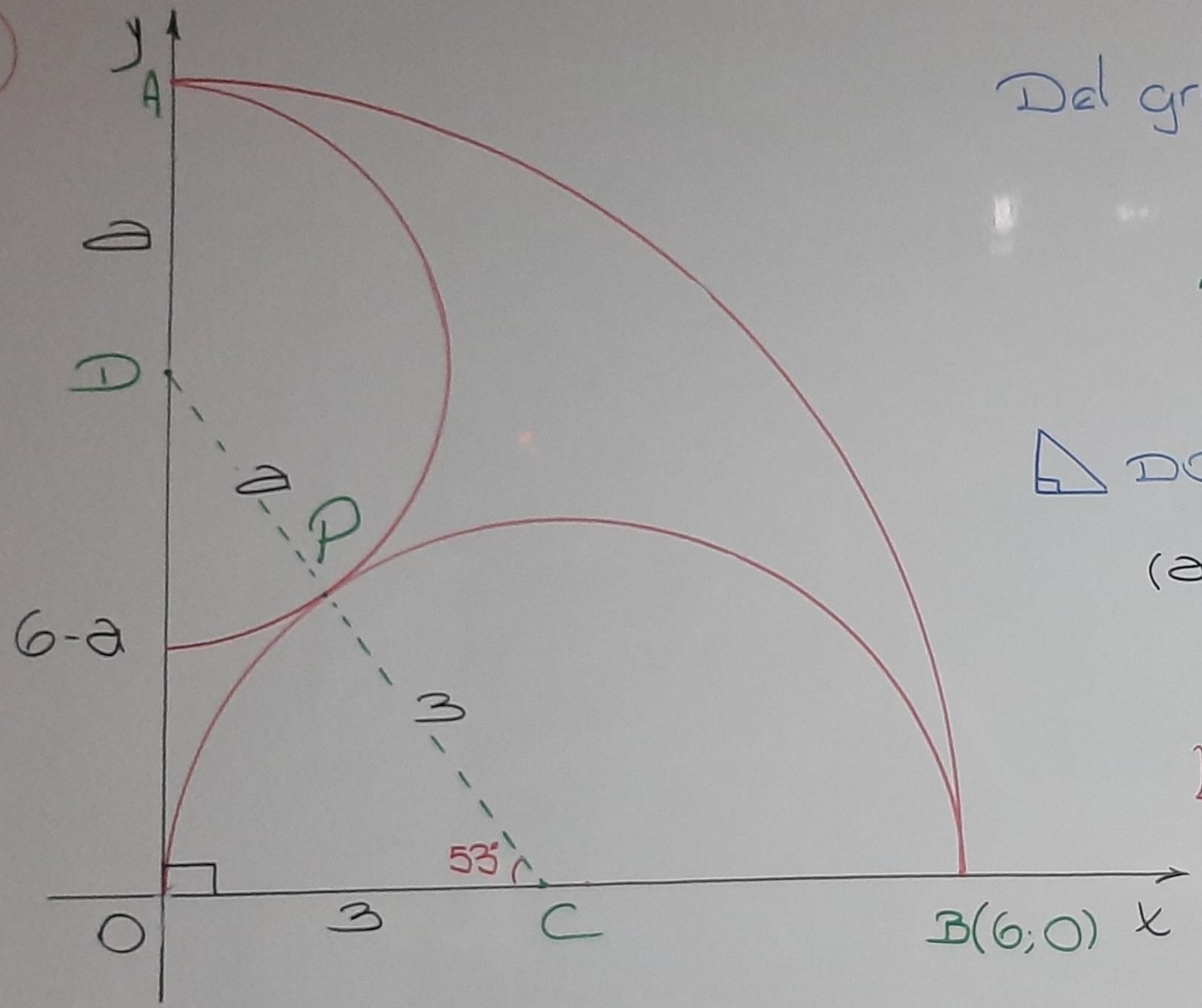
14



Del gráfico:

- ✓ $b = 3$
- ✓ C, P y D: son colineales

14



Del gráfico:

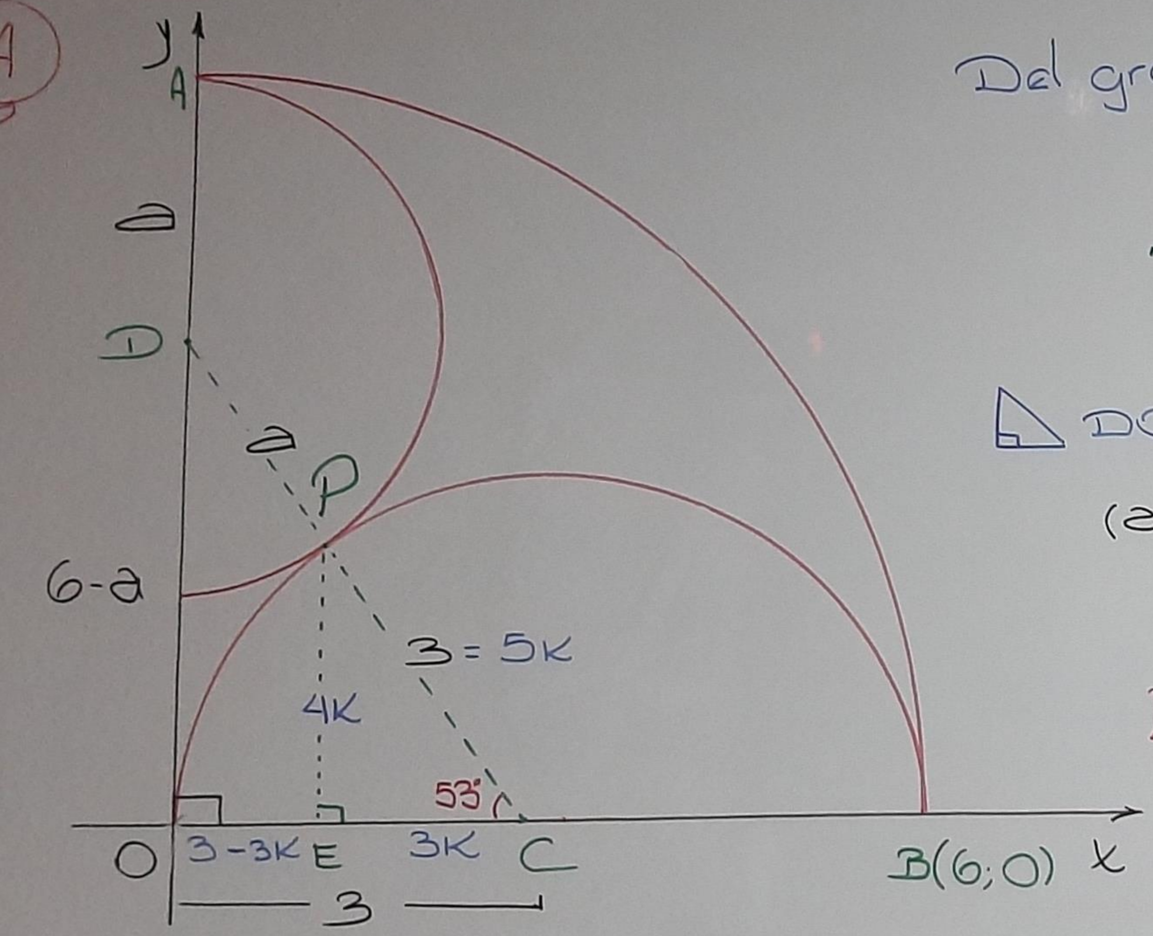
- $b = 3$
- C, P y D: son colineales

△ DOC: Pitágoras

$$(a+3)^2 = (6-a)^2 + 3^2$$

$$a = 2$$

$\rightarrow m\measuredangle DCO = 53°$



Del gráfico:

- ✓ $b = 3$
- ✓ C, P y D: son colineales

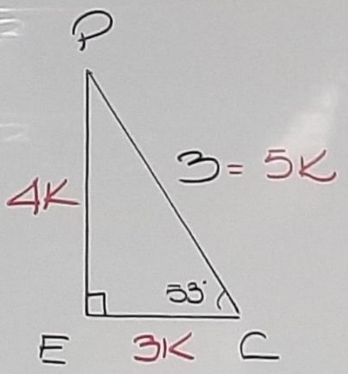
△DOC: Pitágoras

$$(a+3)^2 = (6-a)^2 + 3^2$$

$$a = 2$$

$\rightarrow m\measuredangle DCO = 53°$

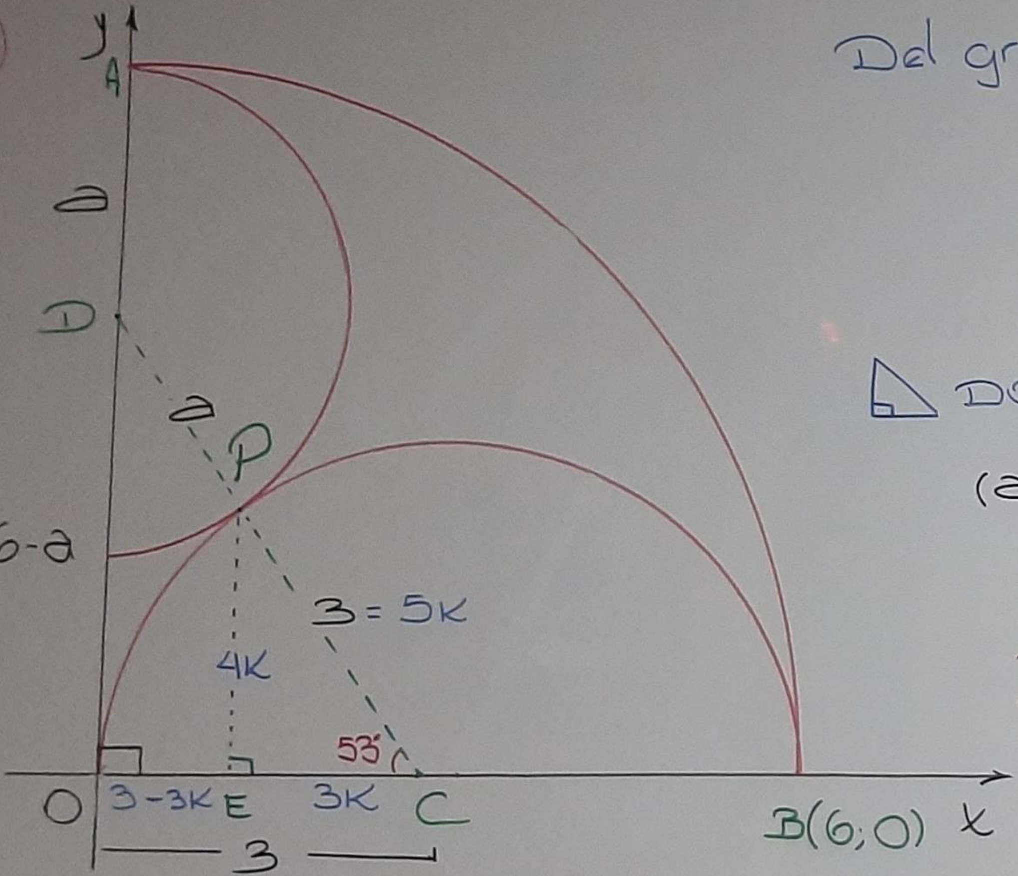
△PEC:



i) $K = \frac{3}{5}$

ii) $P(3-3K;\ 4K)$

14



Del gráfico:

- ✓ $b = 3$
- ✓ C, P y D: son colineales

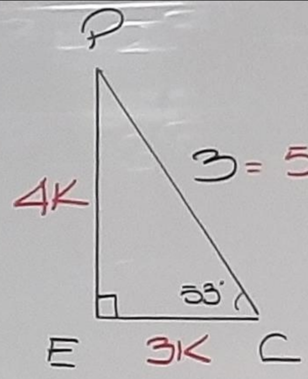
$\triangle$ DOC: Pitágoras

$$(a+3)^2 = (6-a)^2 + 3^2$$

$$a = 2$$

$\llcorner$ $m\measuredangle DCO = 53°$

$\triangle$ PEC:



i) $K = \frac{3}{5}$

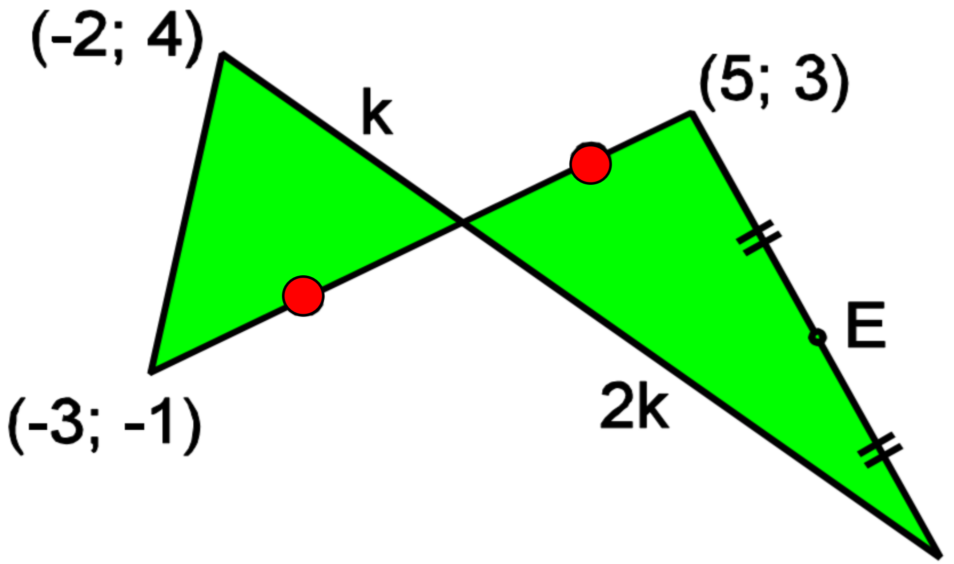
ii) $P(3-3K;\ 4K)$

$\therefore P\left(\frac{6}{5};\ \frac{12}{5}\right)$

CLAVE C

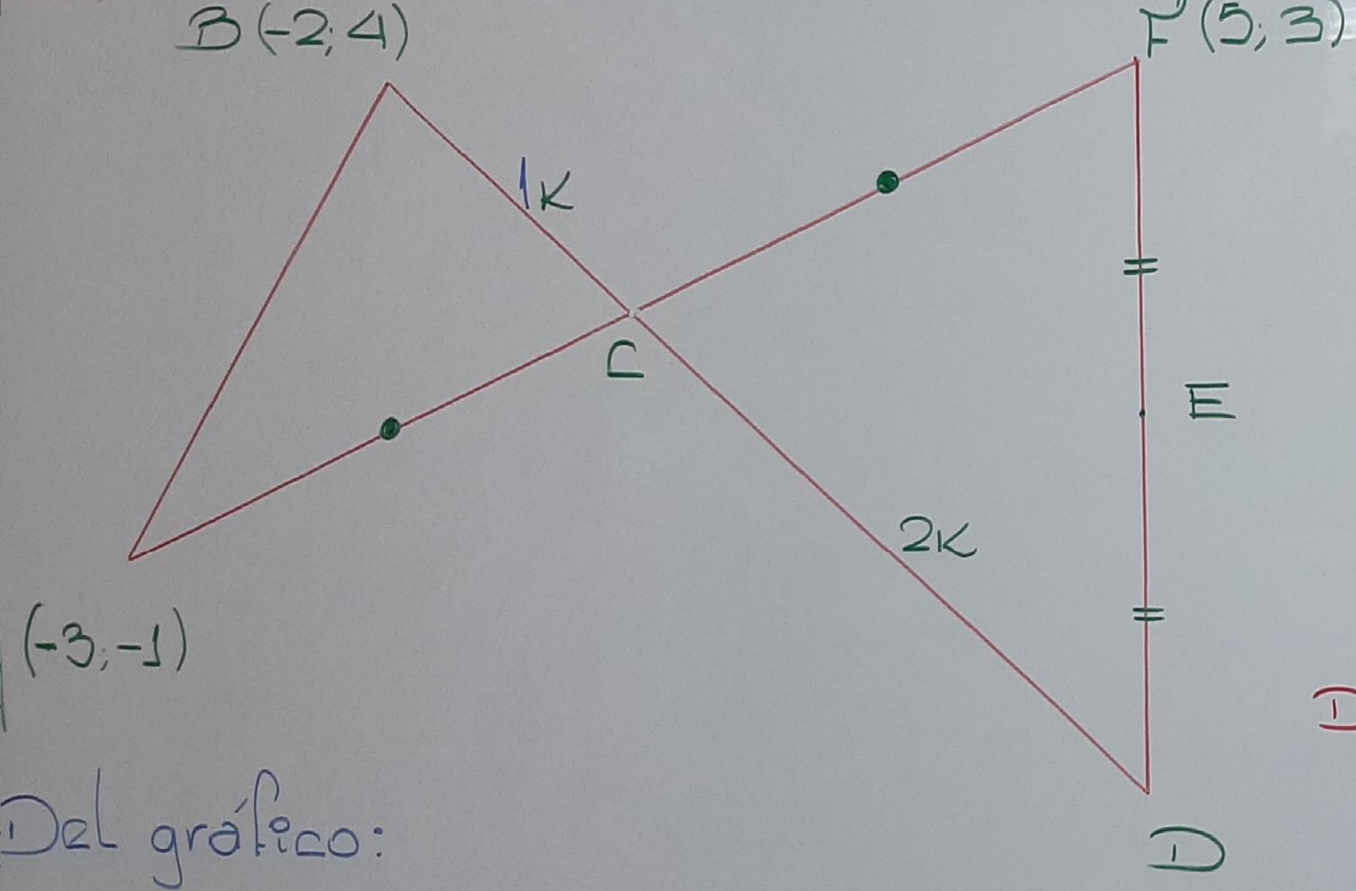
Problema 15:

En la figura mostrada, determine las coordenadas del punto E.



A) $(1; 2)$ B) $(3; -2)$ C) $(6; -3)$
D) $(6; -1)$ E) $(-3; 5)$

15



Del gráfico:

C y E: Punto medio

$C\left(\frac{-3+5}{2};\frac{-1+3}{2}\right)$

$C(1;1)$

$C=\frac{1D+2B}{3}$

$D=3C-2B$

$D=3(1;1)-2(-2;4)$

$D(7;-5)$

$E\left(\frac{7+5}{2};\frac{3+(-5)}{2}\right)$

$\therefore E(6;-1)$

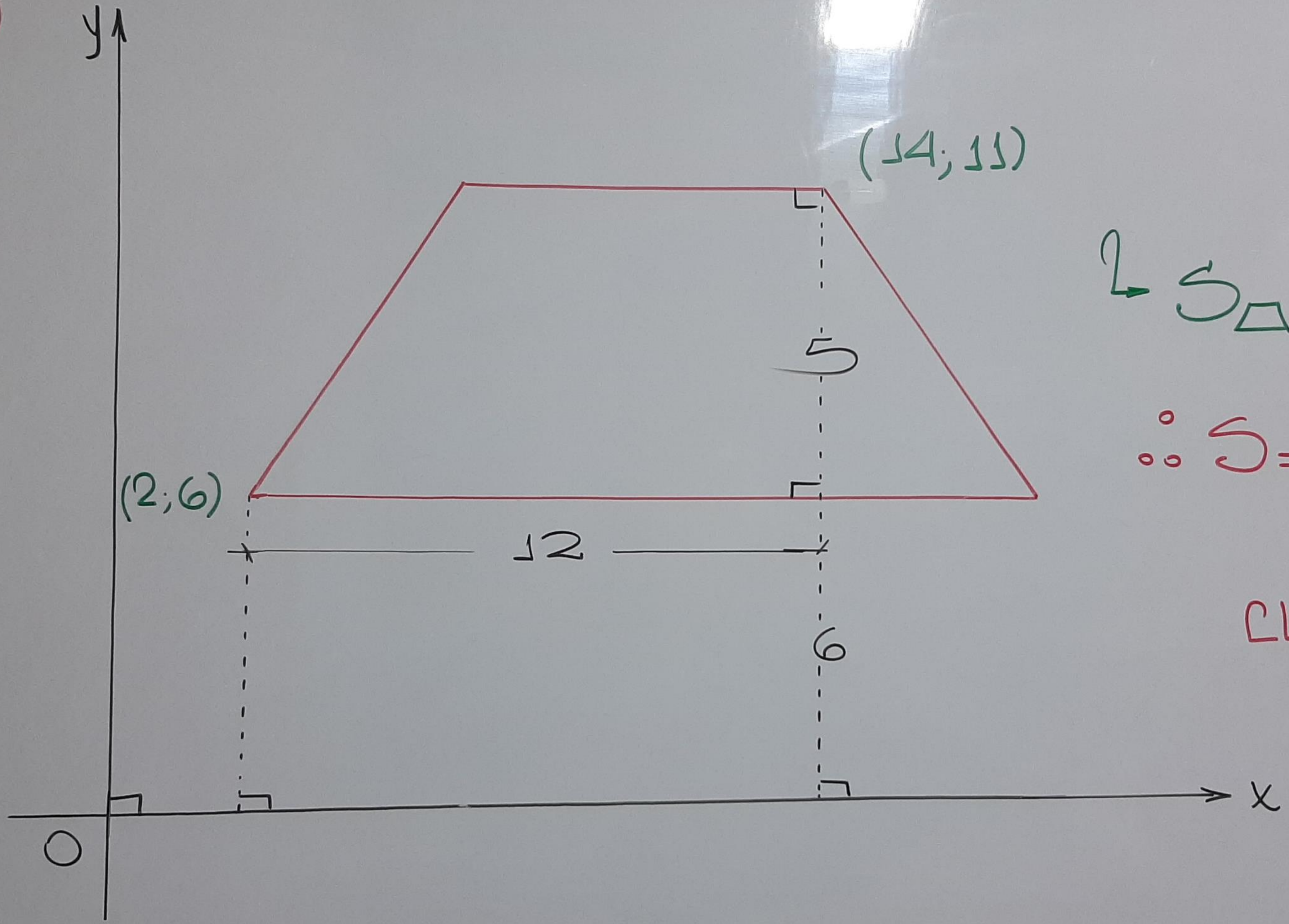
CLAVE D

Problema 16:

En un trapecio isósceles de bases paralelas al eje x, dos de sus vértices opuestos son (2;6) y (14;11). Calcular el área del trapecio.

A) $60\ u^2$ B) $39\ u^2$ C) $65\ u^2$
D) $50\ u^2$ E) $52\ u^2$

16



$S_{\triangle} = 12 \times 5$

$\therefore S = 60\, u^2$

CLAVE A

Problema 17:

Lo vértices de un triangulo son A(-3;5), B(1;2) y C(7;10). Calcular la longitud de la bisectriz del ángulo B.

A) $\frac{10\sqrt{2}}{3}$

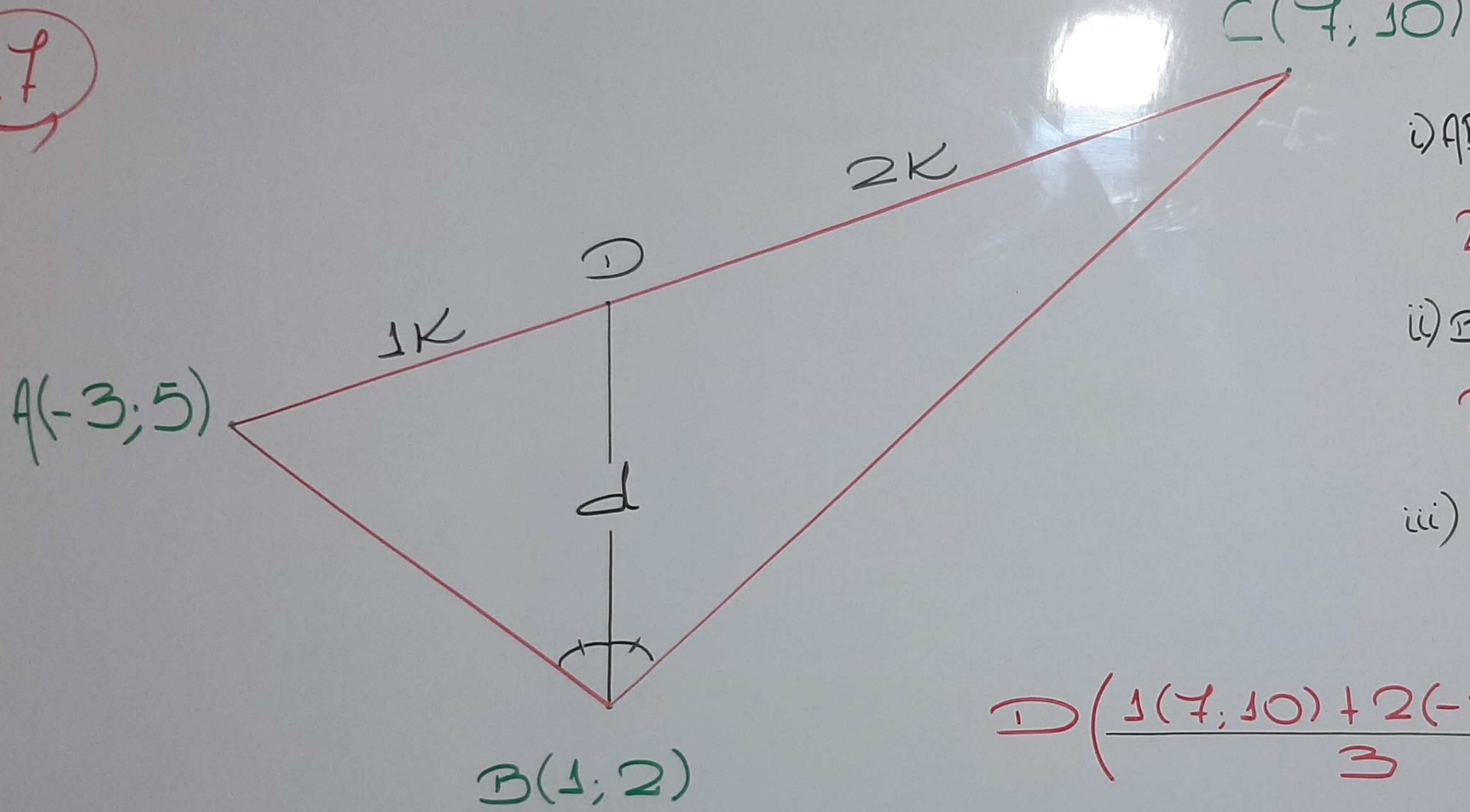
B) $10\sqrt{2}$

C) $5\sqrt{2}$

D) 3

E) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$

17



i) $AB = \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$

$\rightarrow AB = 5$

ii) $BC = \sqrt{6^2 + 8^2}$

$\rightarrow BC = 10$

iii) $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{AD}{DC}$

$$D\left(\frac{1(7;10) + 2(-3;5)}{3}\right) \rightarrow D\left(\frac{1}{3}; \frac{20}{3}\right)$$

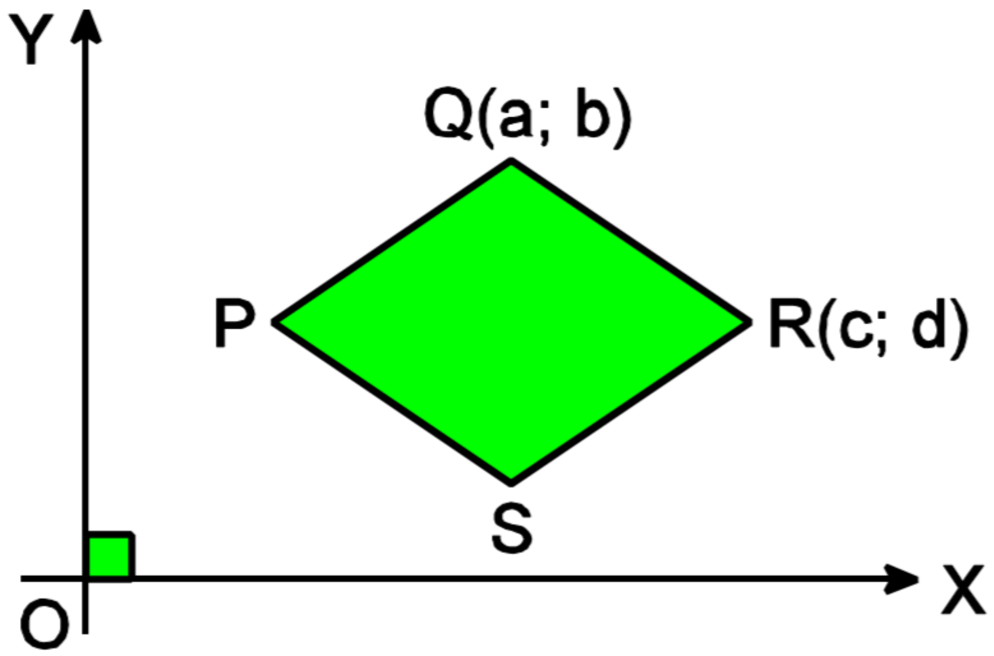
$$\rightarrow d = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{14}{3}\right)^2}$$

$$\therefore d = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

CLAVE A

Problema 18:

En el grafico: PQRS es un rombo, $\overline{PR}$ paralela al eje x, calcular las coordenadas de P y S.



A) $P(2a - c; d); S(a; 2b - d)$

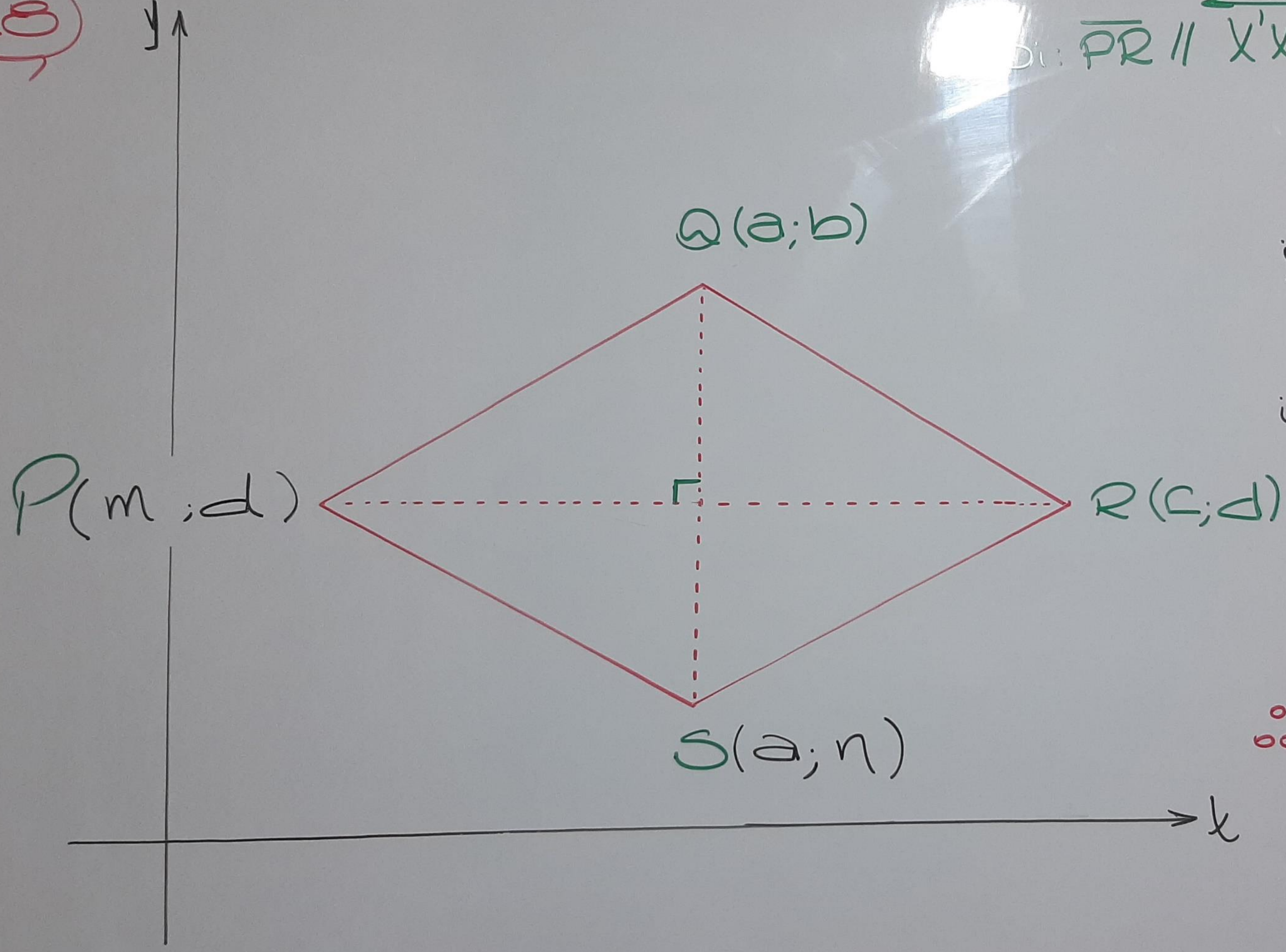
B) $P(2c - a; d); S(2a - c; 2d - b)$

C) $P(a - c; d); S(a; b - d)$

D) $P(2a - c; d); S(a; 2d - b)$

E) $P(c - a; d); S(a; d - b)$

18



Si: $\overline{PR} \parallel \overleftrightarrow{X'X} \rightarrow \overline{QS} \parallel \overrightarrow{Y'Y}$

Rombo PQRS:

i) $a + a = m + c$

$m = 2a - c$

ii) $d + d = b + n$

$n = 2d - b$

$P(2a - c\,;\, d)$

$\therefore$

$S(a\,;\, 2d - b)$

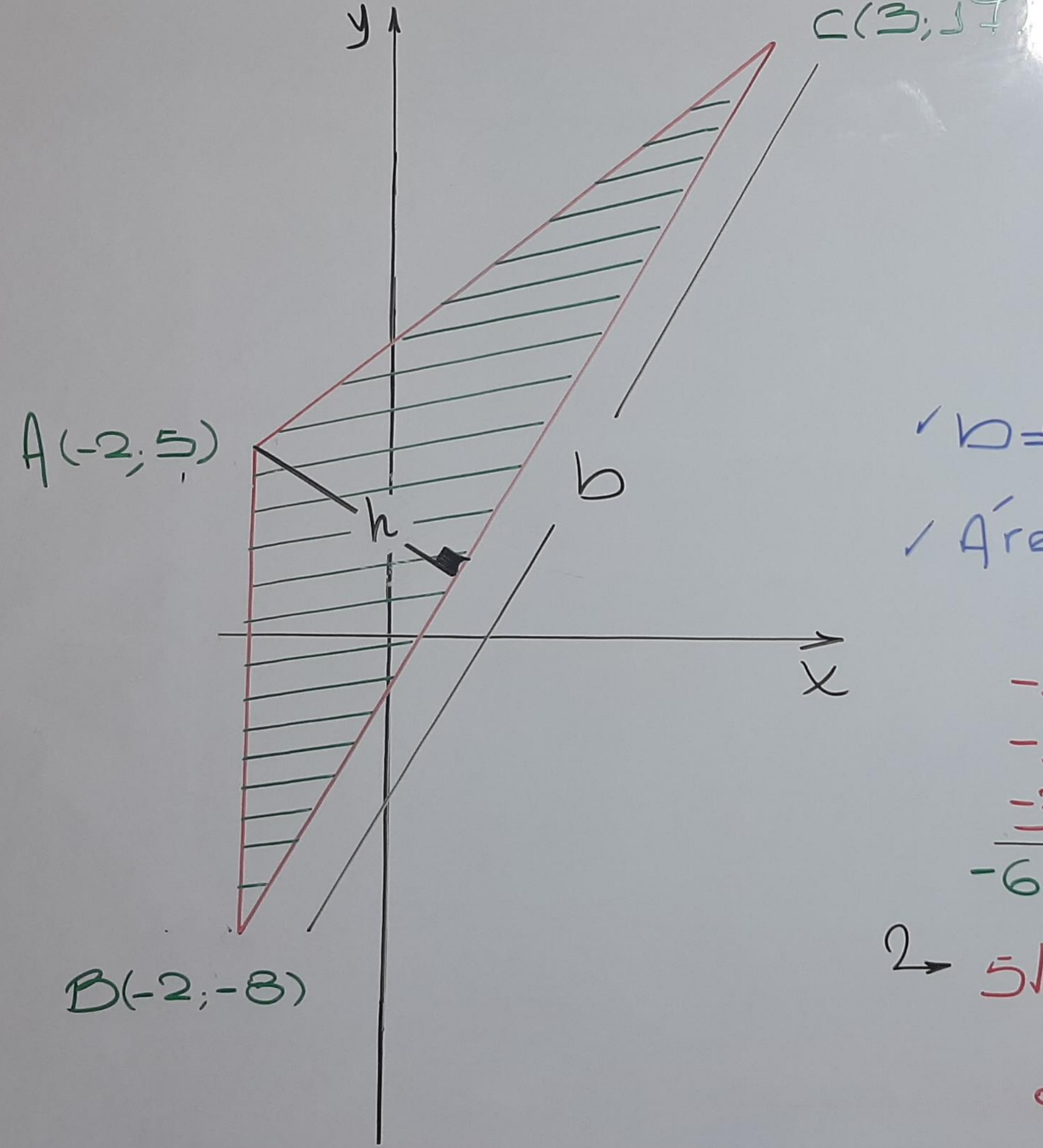
CLAVE D

Problema 19:

Calcular la altura del triangulo ABC, relativa al lado $\overline{BC}$, si: $A(-2;5)$, $B(-2;-8)$ y $C(3;17)$.

A) $13/\sqrt{26}$ B) $5/\sqrt{26}$ C) $7/\sqrt{23}$
D) $\sqrt{26}/2$ E) $13/\sqrt{27}$

19



$S_{GEO} = S_{G.\ ANALIT}$

$$\frac{b \times h}{\cancel{2}} = \frac{D - I}{\cancel{2}}$$

✓ $b = \sqrt{5^2 + 25^2}$ 1→ $b = 5\sqrt{26}$

✓ Área x Cramer

$$\begin{array}{r|rr|r} & -2 & 5 & \\ -10 & -2 & -8 & 16 \\ -24 & 3 & 17 & -34 \\ -34 & -2 & 5 & 15 \\ \hline -68 & & & -3 \end{array}$$

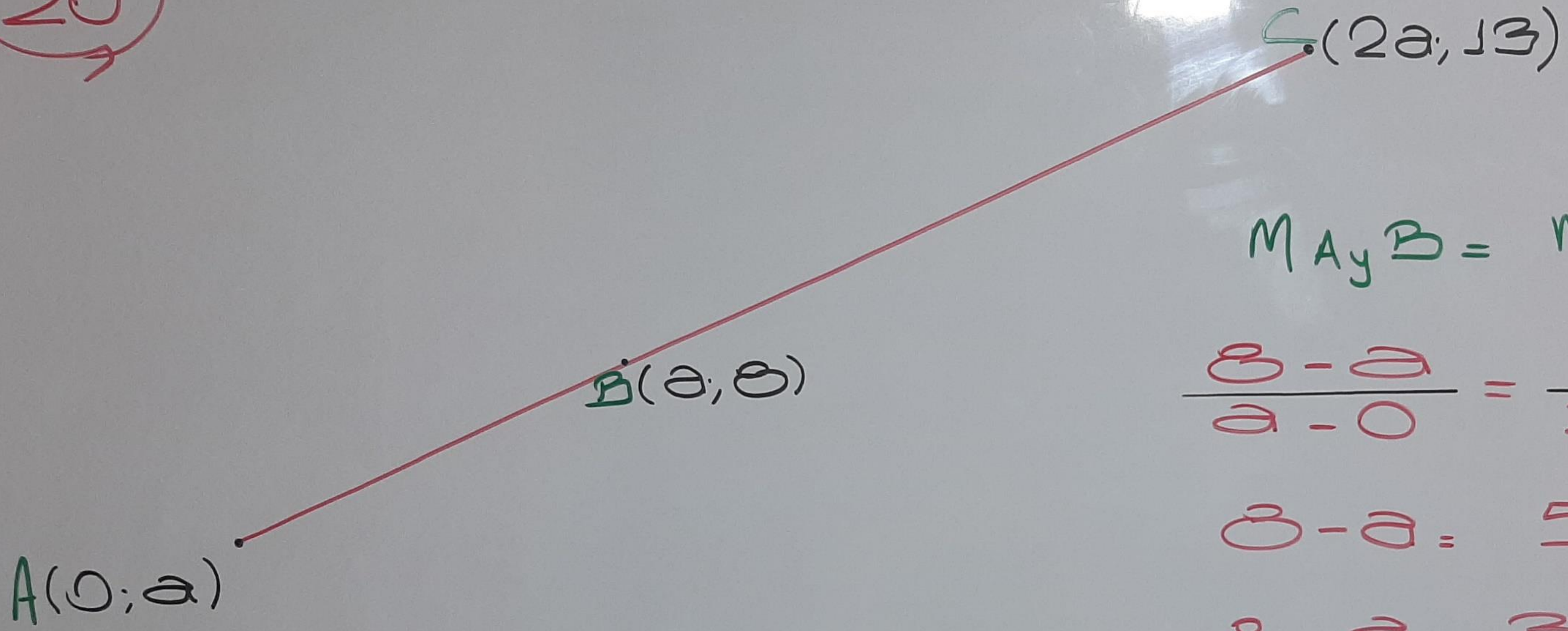
2→ $5\sqrt{26} \times h = -3 - (-68)$

$\therefore h = \frac{13}{\sqrt{26}}$ CLAVE A

20)Calcular el valor que debe tener “a” para que los puntos: (0; 8), (2a; 13) y (0; a) estén alineados (colineales).

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

20



$$m_{A\,y\,B} = m_{B\,y\,C}$$

$$\frac{8-a}{a-0} = \frac{13-8}{2a-a}$$

$$8-a = 5$$

$$\therefore\ a = 3$$

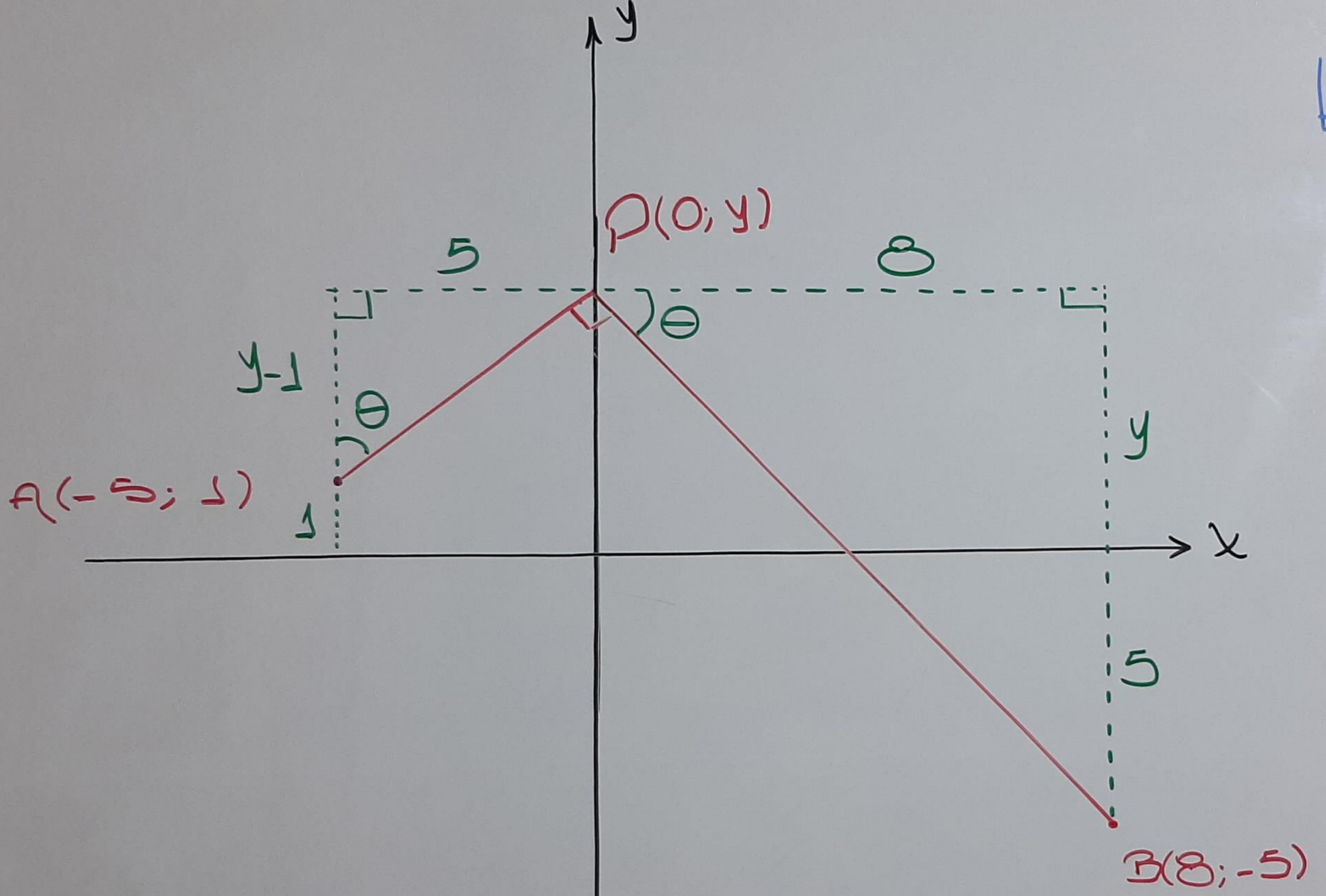
CLAVE C

Problema adicional 1:

Desde el punto "P" del eje de ordenadas, se divisa el segmento de extremos A(-5;1) y B(8;-5), bajo un ángulo de 90°. Calcule la suma de coordenadas de "P".

A) $\{-5\}$ B) $\{-5; 9\}$ C) $\{-9; 5\}$
D) $\{5\}$ E) $\{-5; 7\}$

A1-



$$\tan\theta = \frac{5}{y-1} = \frac{y+5}{8}$$

$$40 = y^2 + 4y - 5$$

$$y^2 + 4y - 45 = 0$$

$$\begin{array}{ll} y & +9 \\ y & -5 \end{array}$$

$$y = -9 \vee y = 5$$

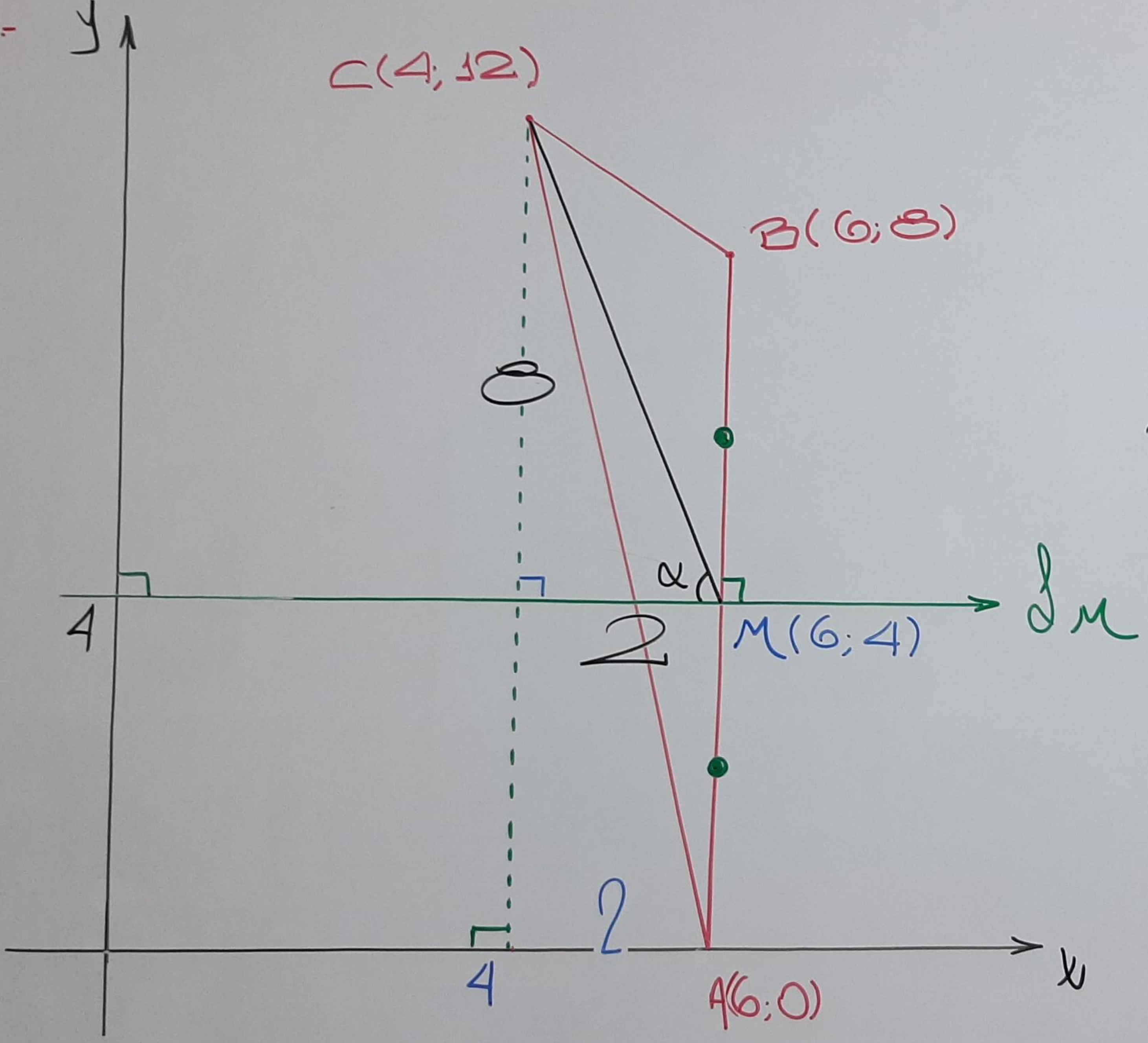
Problema adicional 2:

Calcule “Tanα”, siendo “α” el ángulo que forma la mediana relativa al vértice “C” del triangulo ABC y la mediatriz del lado AB. A(6;0),B(6;8) y C(4;12)

A) $-\frac{31}{4}$ B) $-\frac{11}{2}$ C) $\frac{7}{4}$

D) 4 E)2

12.-



Coordenadas de M

$M(6;4)$

$2 \rightarrow \operatorname{Tan}\alpha = \frac{8}{2}$

$\therefore \operatorname{Tan}\alpha = \boxed{4}$

CLAVE D

Problema adicional 3:

Si G(3;4) es baricentro del triangulo ABC, $G_1\left(\frac{4}{3};2\right)$ baricentro del triangulo AGC y $G_2\left(3;\frac{19}{3}\right)$ baricentro del triangulo BGC, calcule las coordenadas del punto A,B y C

A) (3;-3),(8;9),(-2;5)

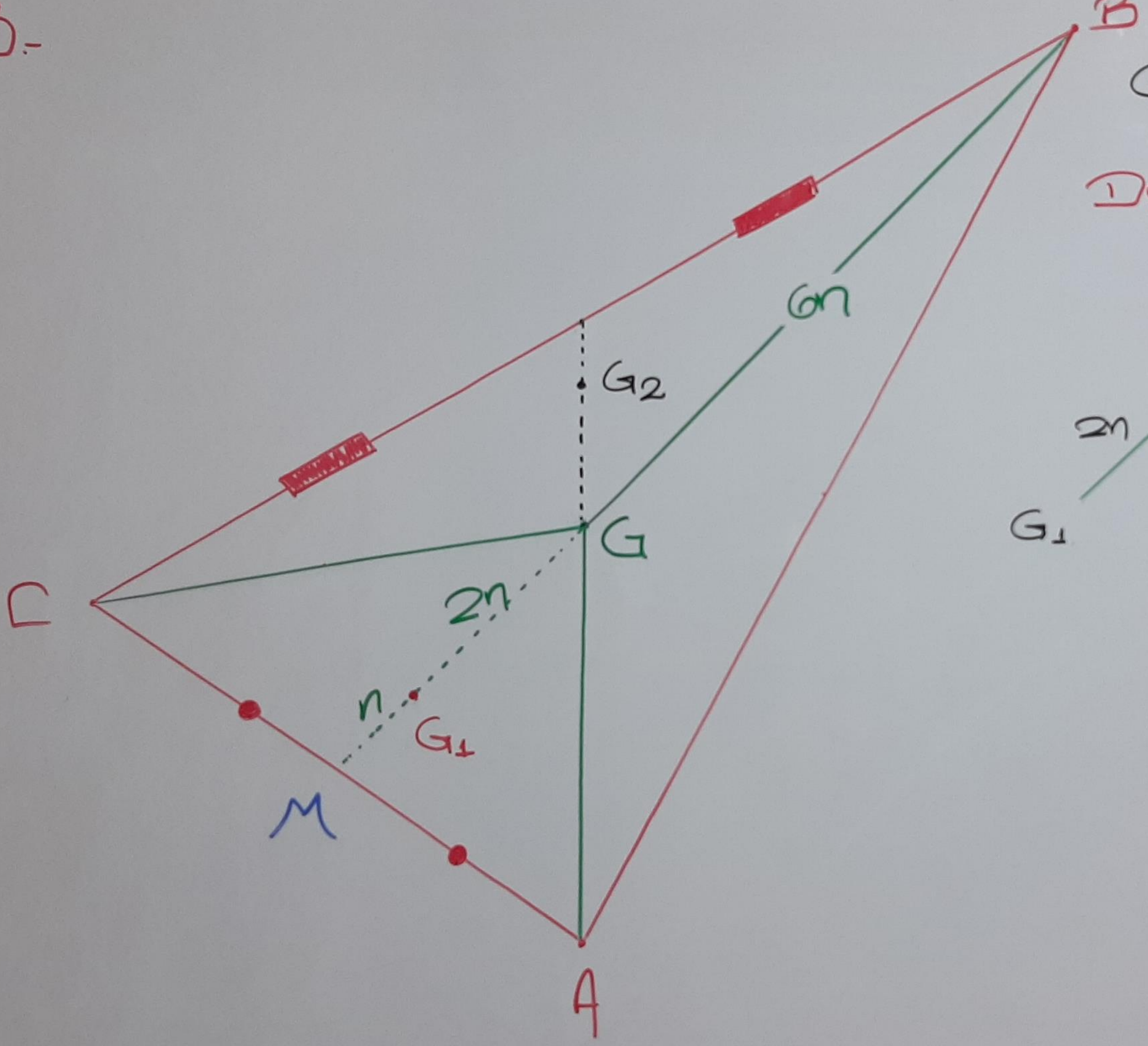
B)(3;-3),(8;10),(-2;5)

C)(3;-3),(8;10),(-2;4)

D)(2;−2),(8;10),(−2;5)

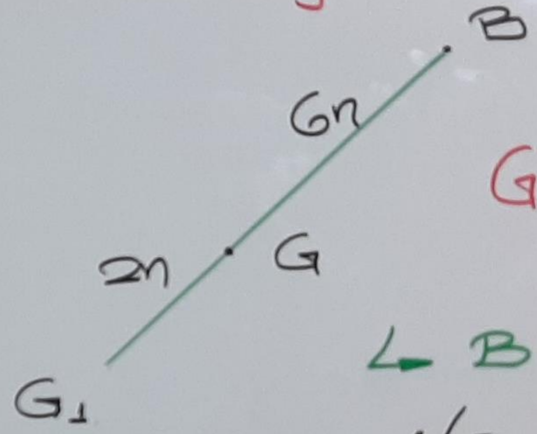
E)(1;−1),(6;10),(−2;3)

A3.-



$G(3;4)$; $G_1\left(\frac{4}{3};2\right)$; $G_2\left(3;\frac{19}{3}\right)$

Del gráfico: En $\overline{BM}$



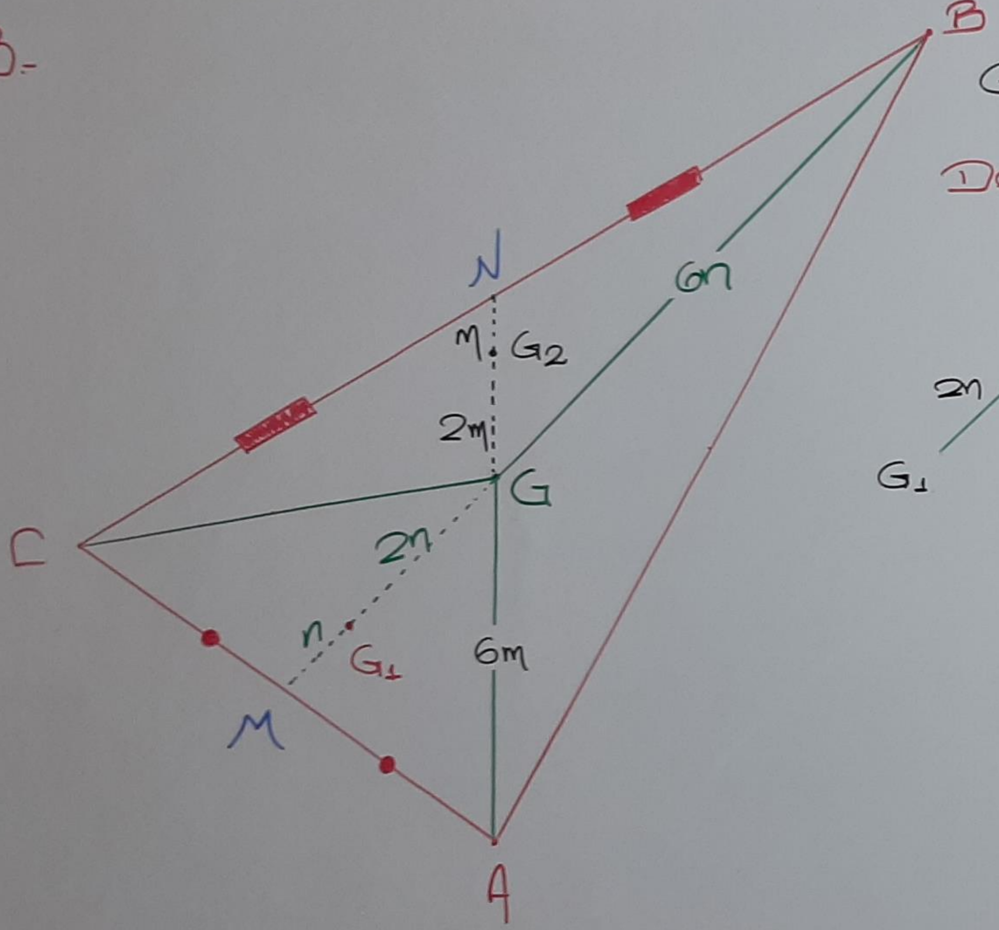
$$G = \frac{2B + 6 \cdot G_1}{2+6}$$

$$B = 4G - 3G_1$$

$$B = 4(3;4) - 3\left(\frac{4}{3};2\right)$$

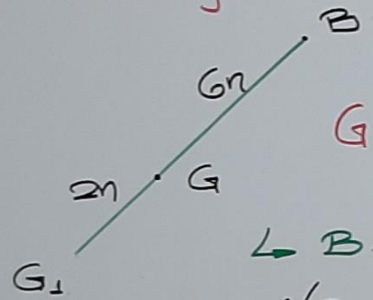
$$B = (8;10)$$

A3.-



$G(3;4)$; $G_1\left(\frac{4}{3};2\right)$; $G_2\left(3;\frac{19}{3}\right)$

Del gráfico: En $\overline{BM}$



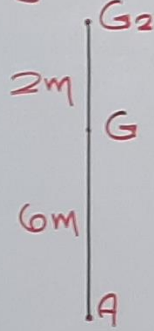
$$G=\frac{2B+6.G_1}{2+6}$$

↳ $B=4G-3G_1$

$B=4(3;4)-3\left(\frac{4}{3};2\right)$

$B=(8;10)$

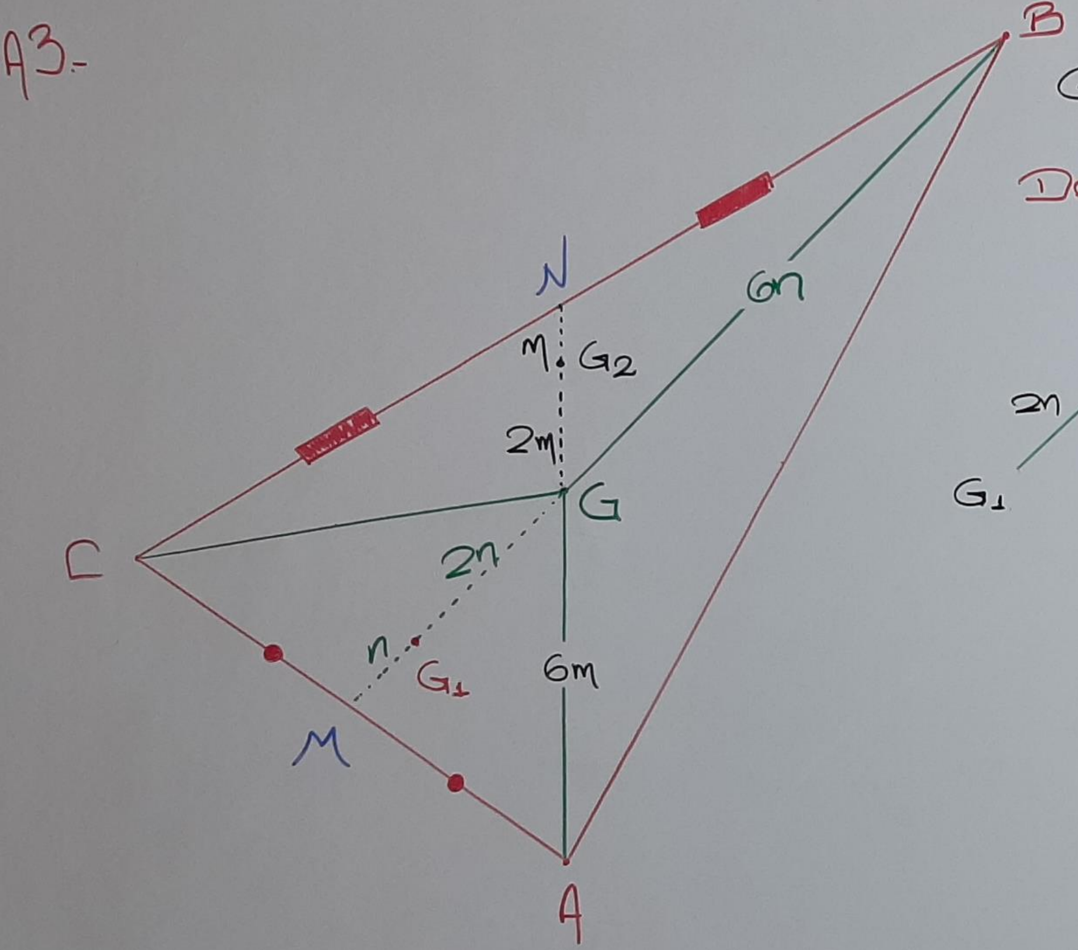
Del gráfico: En $\overline{AN}$



$$G=\frac{2A+6.G_2}{2+6}$$

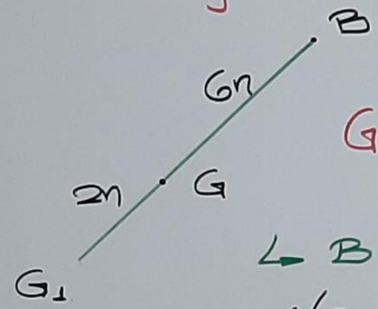
↳ $A=4G-3G_2$

A3.-



$G(3;4)$; $G_1\left(\frac{4}{3};2\right)$; $G_2\left(3;\frac{19}{3}\right)$

Del gráfico: En $\overline{BM}$



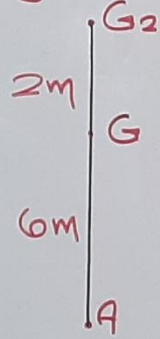
$$G=\frac{2B+6.G_1}{2+6}$$

$\rightarrow B=4G-3G_1$

$B=4(3;4)-3\left(\frac{4}{3};2\right)$

$B=(8;10)$

Del gráfico: En $\overline{AN}$



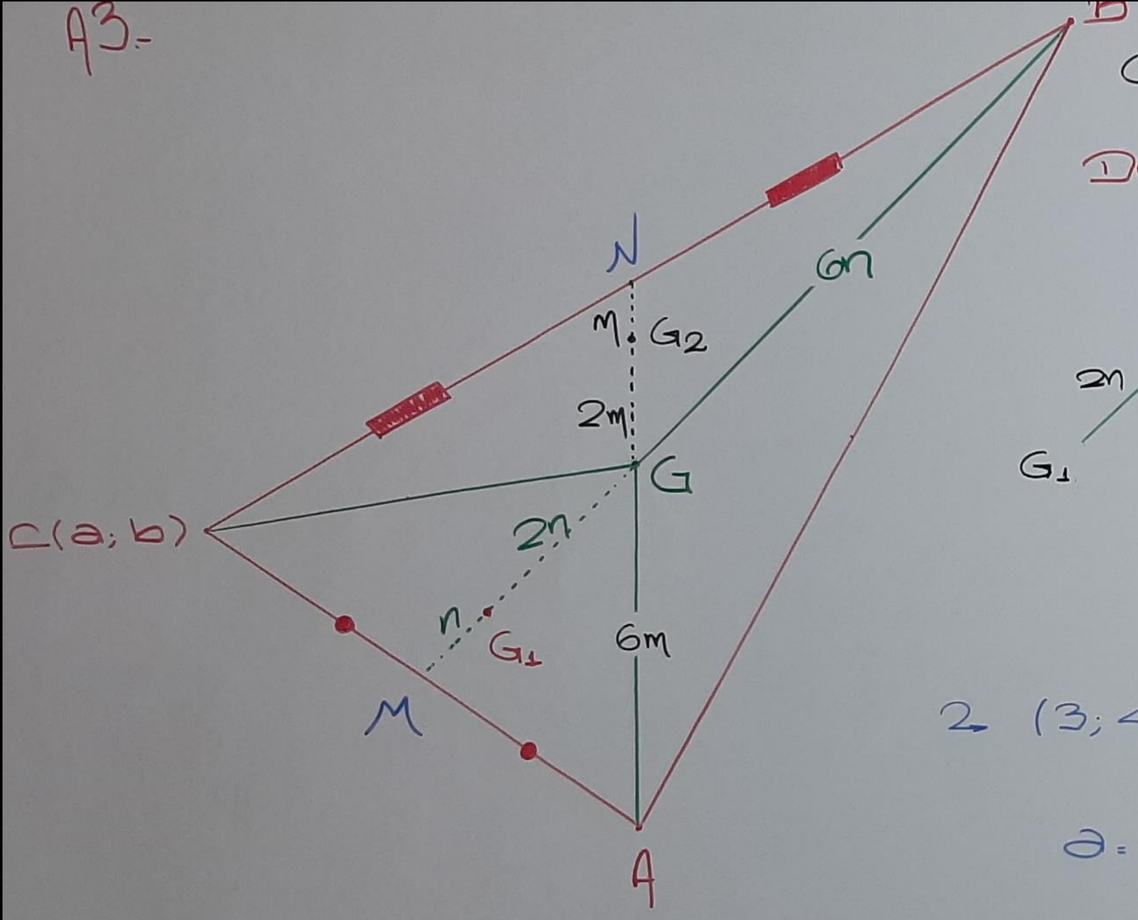
$$G=\frac{2A+6.G_2}{2+6}$$

$\rightarrow A=4G-3G_2$

$A=4(3;4)-3\left(3;\frac{19}{3}\right)$

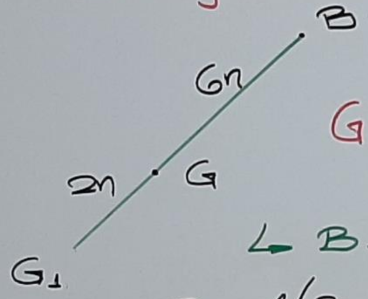
$A=(3;-3)$

A3.-



$G(3;4)$; $G_1\left(\frac{4}{3};2\right)$; $G_2\left(3;\frac{19}{3}\right)$

Del gráfico: En $\overline{BM}$



$$G = \frac{2B + 6 \cdot G_1}{2+6}$$

$\hookrightarrow B = 4G - 3G_1$

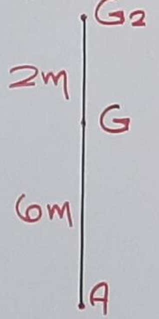
$B = 4(3;4) - 3\left(\frac{4}{3};2\right)$

$B = (8;10)$

$\Rightarrow (3;4) = \left(\frac{a+8+3}{3};\frac{b+10-3}{3}\right)$

$a = -2$, $b = 5$

Del gráfico: En $\overline{AN}$



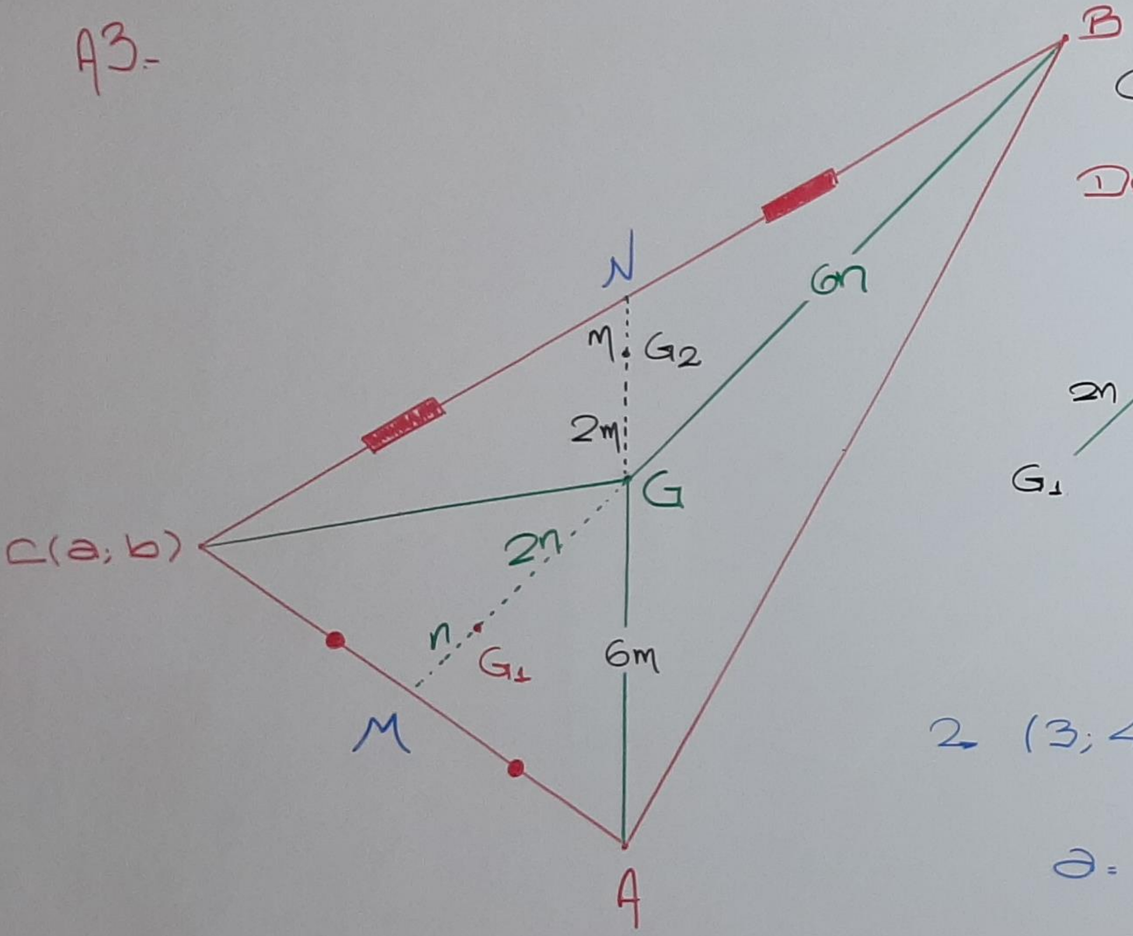
$$G = \frac{2A + 6 \cdot G_2}{2+6}$$

$\hookrightarrow A = 4G - 3G_2$

$A = 4(3;4) - 3\left(3;\frac{19}{3}\right)$

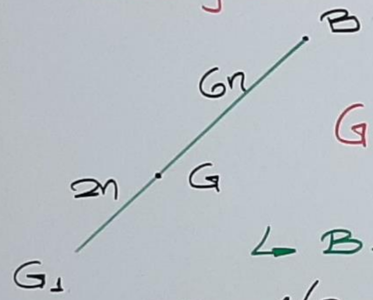
$A = (3;-3)$

A3.-



$G(3;4)$; $G_1\left(\frac{4}{3};2\right)$; $G_2\left(3;\frac{19}{3}\right)$

Del gráfico: En $\overline{BM}$



$$G=\frac{2B+6\cdot G_1}{2+6}$$

$\hookrightarrow B=4G-3G_1$

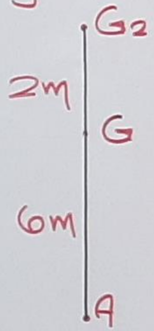
$B=4(3;4)-3\left(\frac{4}{3};2\right)$

$B=(8;10)$

2. $(3;4)=\left(\frac{a+8+3}{3};\frac{b+10-3}{3}\right)$

$a=-2 \wedge b=5$

Del gráfico: En $\overline{AN}$



$$G=\frac{2A+6\cdot G_2}{2+6}$$

$\hookrightarrow A=4G-3G_2$

$A=4(3;4)-3\left(3;\frac{19}{3}\right)$

$A=(3;-3)$

$\therefore A(3;-3)$, $B(8;10)$ y $C(-2;5)$

CLAVE B

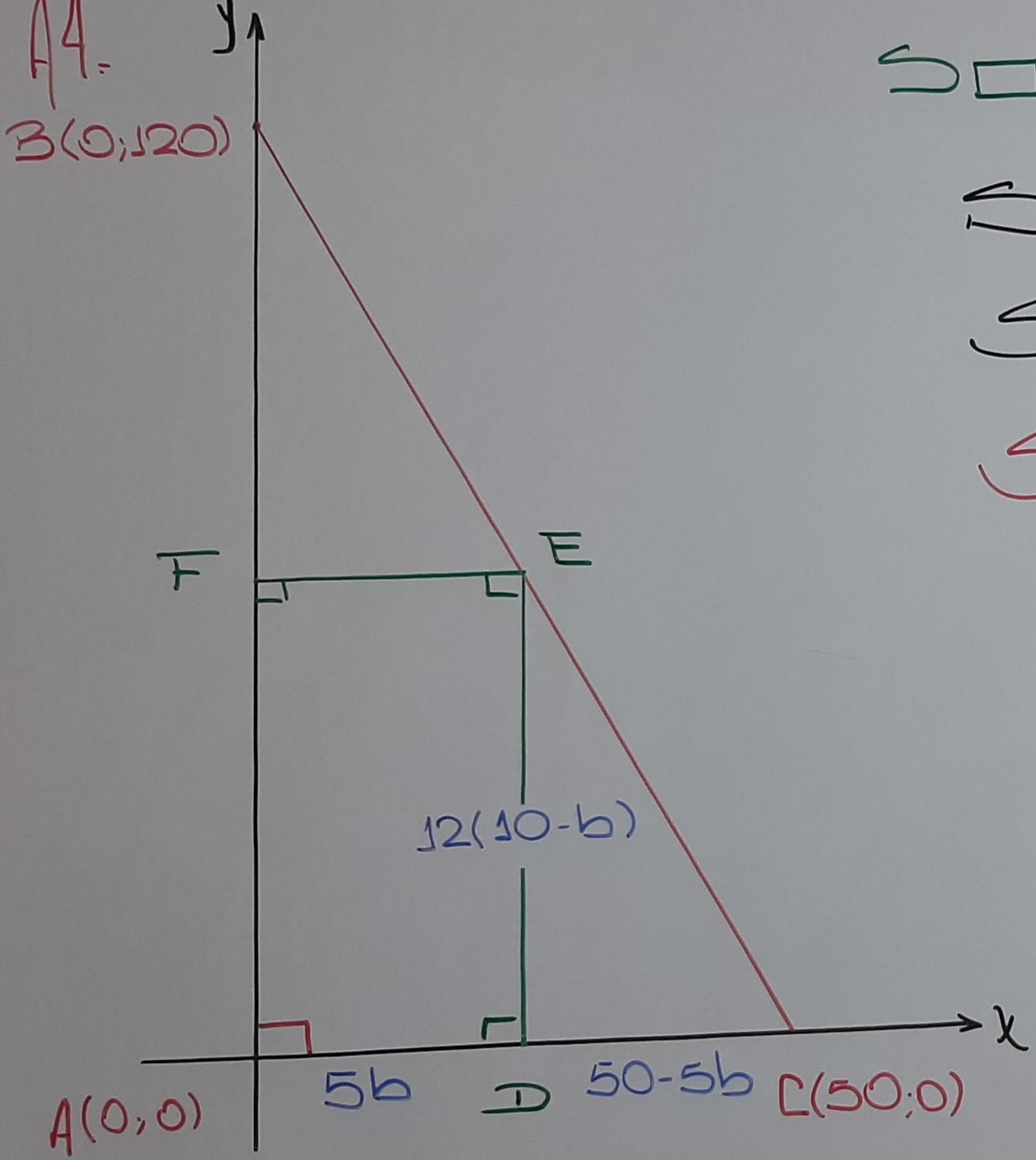
Problema adicional 4:

Dado el triangulo ABC A(0;0),B(0;120) y C(50;0) se inscribe un rectángulo que tiene dos de sus lados contenidos por los catetos y uno de sus vértices esta en la hipotenusa. Determinar las coordenadas del vértice contenido en la hipotenusa, si el área del rectángulo es máxima.

A) (18;34) B) (25;60) C) (20;40)

D) (25;50) E)(30;50)

A4.



$S_{\square AFED}$ es máxima

$$S = 5b \times (120 - 12b)$$

$$S = 600b - 60b^2$$

$$S' = 600 - 120b = 0$$

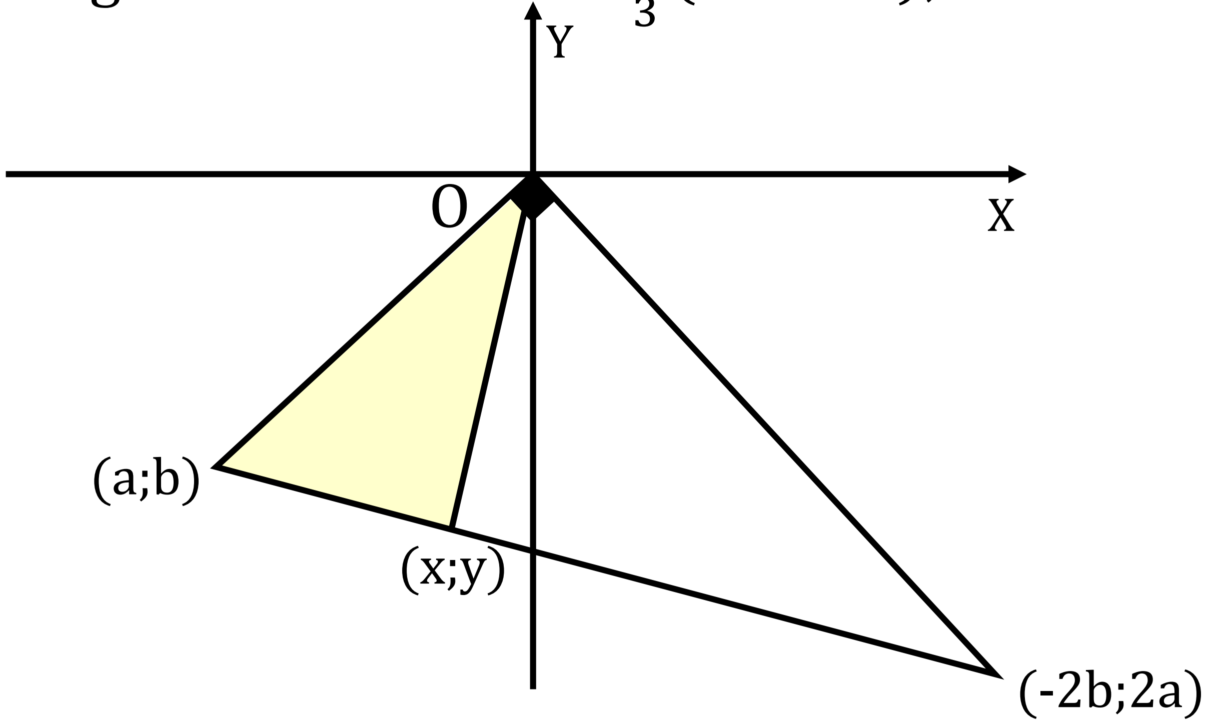
$$\hookrightarrow b = 5$$

$$\therefore E(25; 60)$$

CLAVE B

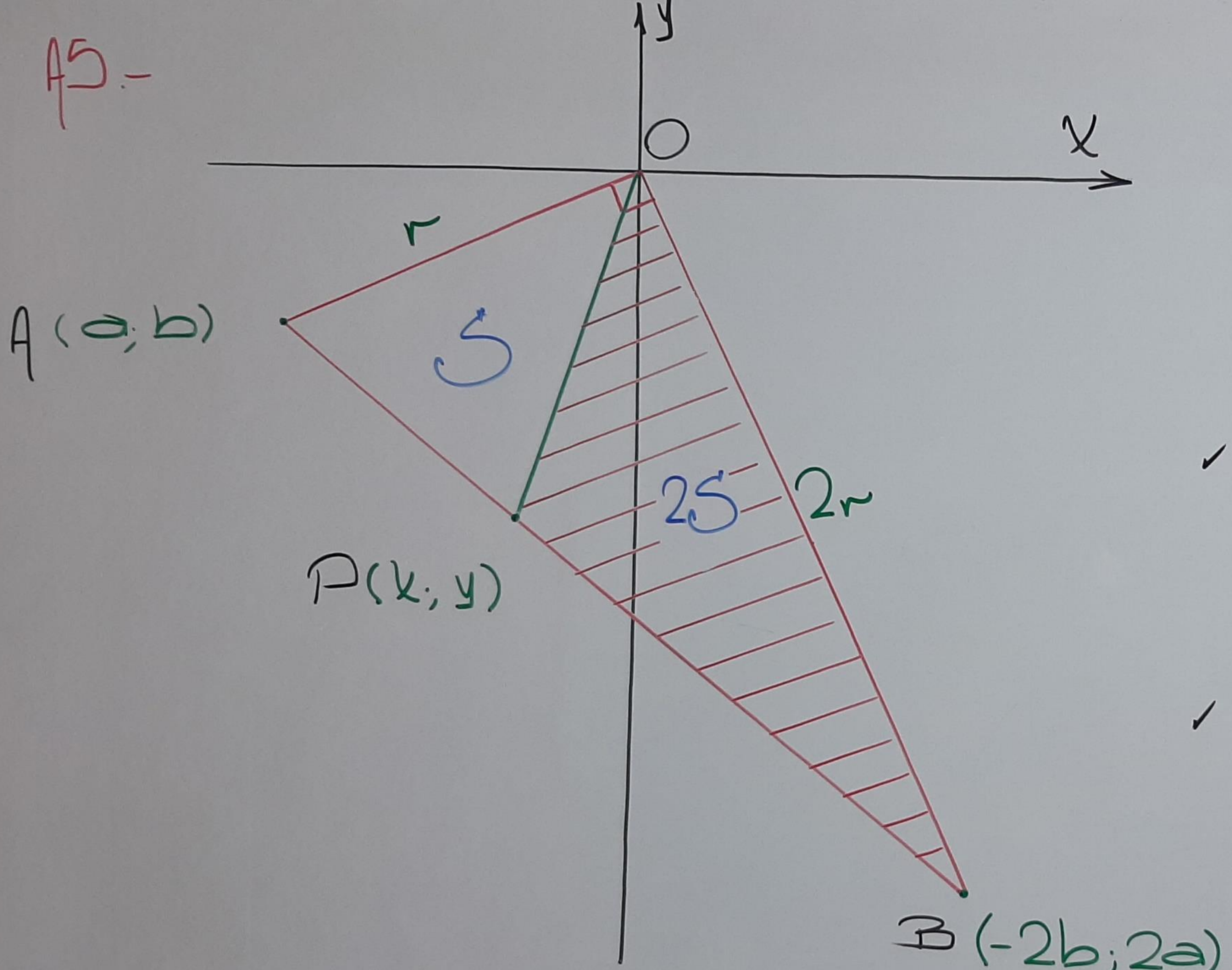
Problema adicional 5:

Si el área de la región sombreada es: $\frac{2}{3}(a^2 + b^2)$; calcule: 3x+3y.



A) 4b
B) 3a
C) a+b
D) 3b
E) 4a

A5.-



Sea: $OA = r$

$r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\hookrightarrow OB = 2r$

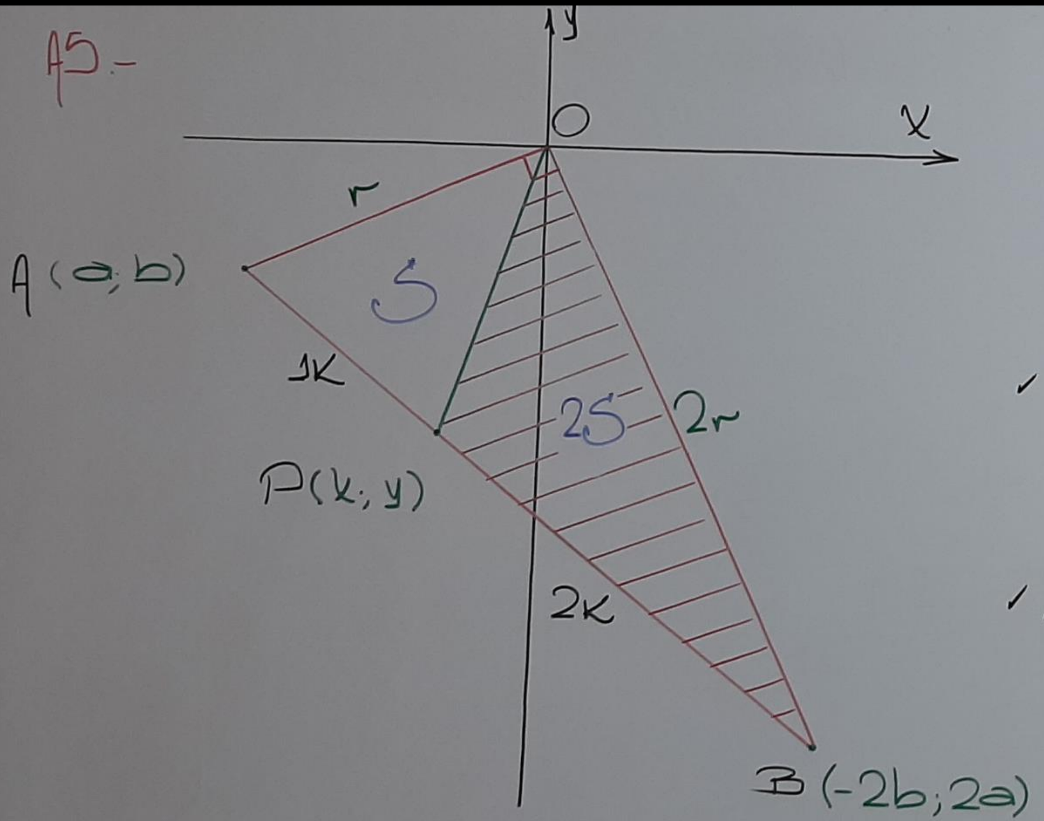
✓ Dato: $S_{\Delta POB} = \frac{2}{3}(\underbrace{a^2+b^2})$

$S_{\Delta POB} = \frac{2}{3} \cdot r^2$

✓ Del gráfico: $S_{\Delta AOB} = r^2$

$\hookrightarrow \frac{S_{\Delta POB}}{S_{\Delta AOB}} = \frac{2}{3}$

A5.-



Sea: $OA = r$

$r = \sqrt{a^2+b^2}$

↳ $OB = 2r$

✓ Dato: $S_{\Delta POB} = \frac{2}{3}\underbrace{(a^2+b^2)}$

$S_{\Delta POB} = \frac{2}{3}\cdot r^2$

✓ Del gráfico: $S_{\Delta AOB} = r^2$

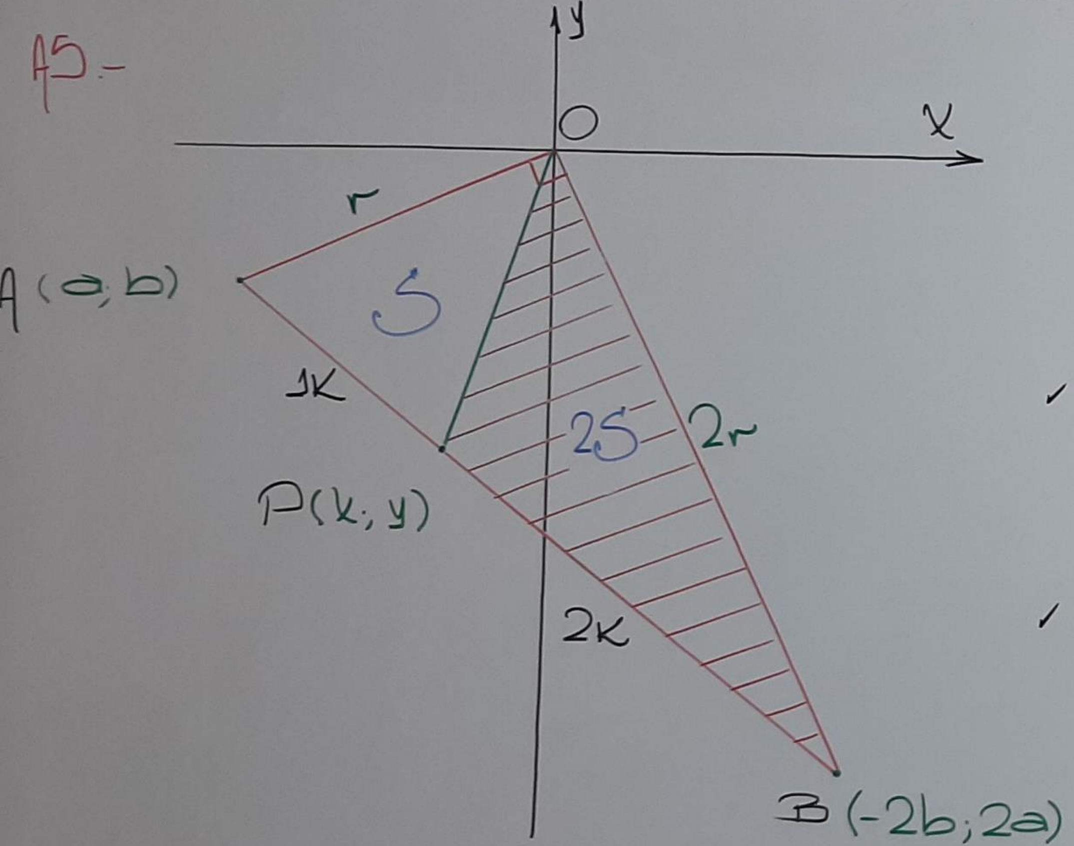
↳ $\frac{S_{\Delta POB}}{S_{\Delta AOB}} = \frac{2}{3}$

Hallando P:

$(x; y) = \frac{2(a;b)+1(-2b;2a)}{3}$

$(3x; 3y) = (2a-2b; 2b+2a)$

A5.-



Sea: $OA = r$

$$r = \sqrt{a^2+b^2}$$

↳ $OB = 2r$

✓ Dato: $S_{\Delta POB} = \frac{2}{3}(\underbrace{a^2+b^2})$

$$S_{\Delta POB} = \frac{2}{3} \cdot r^2$$

✓ Del gráfico: $S_{\Delta AOB} = r^2$

↳ $\dfrac{S_{\Delta POB}}{S_{\Delta AOB}} = \dfrac{2}{3}$

Hallando P:

$$(x; y) = \frac{2(a;b)+1(-2b;2a)}{3}$$

$$(3x; 3y) = (2a-2b; 2b+2a)$$

$$3x = 2a-2b$$

$$3y = 2b+2a$$

$$\therefore 3x+3y = 4a$$

CLAVE E